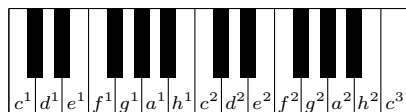


Matematyczny kącik muzyczny II: Jak dobrze nastroić klawesyn?

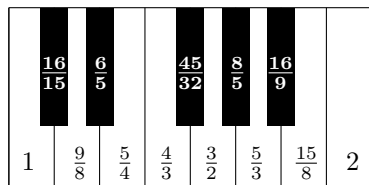
Konstanty KOSTRZEWSKI*

* Student, Wydział Matematyki,
Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet
Warszawski

Przypomnienie w pigułce: interwały naturalne to różnice wysokości dźwięków wydawanych przez dwie struny różniące się tylko długością, przy czym stosunek tych długości wyraża się stosunkami niewielkich liczb naturalnych, np. 2 : 1 (oktawa), 3 : 2 (kwinta), 4 : 3 (kwarta), 5 : 4 (tercja wielka), 6 : 5 (tercja mała).



Ściągawka klawiaturowa. Dodanie końcówki „-is” odpowiada kolejnemu klawiszowi na klawiaturze (białemu lub czarnemu), a dodanie końcówki „-es” odpowiada poprzedniemu klawiszowi.

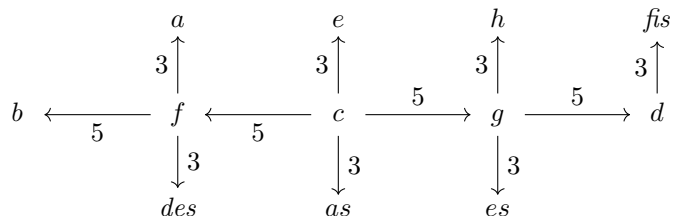


Przyjmując częstotliwość drgania struny c^1 za 1, kolejne dźwięki w stroju średniotonowym drgają z częstotliwością podaną powyżej.

W okresie baroku powstawały tzw. *fantazje chromatyczne*, czyli, ogólnie rzecz biorąc, utwory obficie korzystające z pochodów kolejnych dźwięków, np. *c, cis, d, dis, e*. Najlepiej brzmiały na instrumentach z dzielonymi czarnymi klawiszami, na których słyszalna jest różnica w barwie akordów, które zostały utożsamione we współczesnych instrumentach. W przeciwnym przypadku zatracą się barwa używanych współbrzmień.

W poprzednim artykule (Δ_{20}^7) pokazaliśmy, czym są interwały naturalne (wynikające z szeregu alikwotowego) oraz to, że przy użyciu do strojenia instrumentu tylko oktaw i kwint czystych „koło się nie zamknie”. W pewnym momencie zaczęło to sprawiać problem – odkąd pojawiła się w muzyce europejskiej muzyka wielogłosowa i operowanie trójdźwiękiem. Czysty trójdźwięk *durowy* (jak go obecnie nazywamy) składa się oczywiście z trzech dźwięków – między skrajnymi jest interwał kwinty czystej, a między dwoma dolnymi interwał tercji wielkiej. Trójdźwięk ten występuje naturalnie w szeregu alikwotowym – przykładowo dla dźwięku c składa się on z alikwotów c^2, e^2, g^2 . Nietrudno się przekonać, że interwał pomiędzy drugim i trzecim ze składowych trójdźwięku durowego jest tercją małą. Trójdźwięk zbudowany jest zatem z dwóch tercji. Możemy więc stworzyć też tzw. trójdźwięk *mollowy*, gdzie na dole jest tercja mała, a na górze wielka. Do myślenia linearnego w muzyce (tj. linią melodyczną) doszło myślenie harmoniczne, wpięty oparte na tzw. *skalach modalnych*, a następnie systemie dur-moll. Trójdźwięk durowy brzmi radośnie, a mollowy smutno. Interwały oktawy, kwinty czystej i kwarty czystej brzmią „pusto” – to tercje nadają trójdźwiękom ich charakter, stąd ich ogromne znaczenie.

Strojenie kwintami czystymi daje bardzo zniekształconą tercję wielką (w porównaniu do tej naturalnej – opisuje to wspomniany w poprzednim artykule komat syntoniczny). W związku z tym zaczęto używać tercji wielkiej (tercja mała jest jej dopełnieniem do kwinty czystej) do strojenia instrumentów jako trzeciego wyjściowego interwału. Odbywało się to metodą „najkrótszej drogi” (tzw. *strój średniotonowy*) – mając ustalony dźwięk c (w każdej oktawie), za pomocą złożenia kwint i tercji metodą najkrótszej drogi konstruowano kolejne dźwięki:



Zauważmy, że przy tym stroju występuje pewna subtelna różnica między pewnymi parami dźwięków, np. *dis* i *es*, choć odpowiadają one temu samemu klawiszowi na klawiaturze. Dźwięk *dis* należy rozumieć jako „tercja w górę od h ”, natomiast dźwięk *es* to „tercja w dół od g ”. Zgodnie z filozofią „najkrótszej drogi” odpowiedni klawisz stroimy jako *es* (odpowiada mu droga $c \nearrow g \searrow es$, podczas gdy dźwiękowi *dis* odpowiada $c \nearrow g \nearrow h \nearrow dis$).

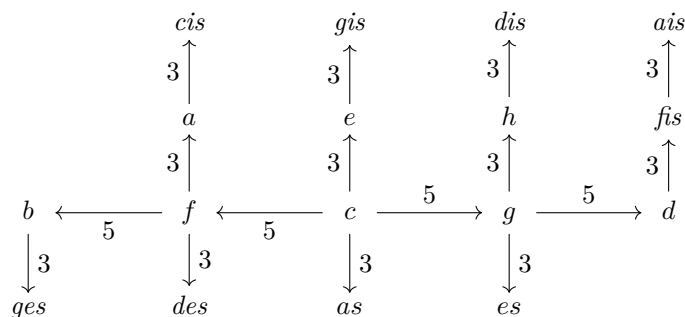
Wobec wciąż istniejących niedoskonałości ten system strojenia przyjmował przeróżne warianty. Niektóre z dźwięków lekko zmieniano, można było przykładowo w pewnym stopniu uśrednić dźwięki *dis* i *es* (itp.). Naturalnie zmieniało to barwę stroju, ale dawało pewien komfort słuchania, udoskonalając pewne interwały kosztem innych. Metoda ta oczywiście nie była idealna, zależała raczej od gustu i tolerancji konkretnego ludzkiego ucha.

Innym sposobem radzenia sobie z tą niedogodnością było wprowadzenie podziału czarnych klawiszy na dwie części – górną i dolną. Dzięki temu używano obu dźwięków, co zmniejszało liczbę interwałów brzmiących nieczysto. Przykładowo, klawisz *dis/es* podzielony był w taki sposób, że dźwięk *es* był na dole czarnego klawisza, a *dis* u góry – wiązało się to z częstością używania danego dźwięku. Dźwięk *es* występuje już w gamie *Es-dur*, mającej trzy znaki przy kluczu, podczas gdy *dis* dopiero w gamie *E-dur*, mającej cztery znaki przy kluczu. Liczba znaków przy kluczu oznacza „odległość” tej tonacji od tonacji *C-dur*. Im dalej tonacja jest od *C-dur*, tym bardziej nie stroi, jeśli zostaje zagrana

W zależności od instrumentu dzielono więcej lub mniej czarnych klawiszy. W 1555 roku Nicola Vincentino opisał instrument zwany *archicembalo*, w którym znajdowały się nawet klawisze pomiędzy *e* i *f* oraz między *h* i *c* (odpowiednio *eis* i *his*).

na instrumencie nastrojonym na bazie dźwięku *c*. Stąd dźwięk *es* był częściej stosowany i dlatego też znajdował się w dogodniejszej pozycji dla wykonawcy. Ze względu na czystość współbrzmień w muzyce dawnej spotykamy przede wszystkim tonacje mające mało znaków przy kluczu. Nie oznacza to jednak, że trójdźwięków „dalekich od *C*-dur” kompozytorzy unikali jak ognia – przeciwnie, ich nieczyste brzmienie miało nadać dziełu dodatkowych walorów emocjonalnych, wzmóc napięcie.

Uzupełniony schemat budowania kolejnych dźwięków dla instrumentów z podziałem czarnych klawiszy przedstawia się następująco:



W 1717 roku Louis Marchand, znakomity francuski klawesynista, improwizator i kompozytor zawitał do Drezna, gdzie akurat przebywał Johann Sebastian Bach. Został zaaranżowany pojedynek klawesynowy obu muzyków. Niestety nie doszedł on do skutku, Marchand opuścił Drezno na kilka godzin przed pojedyńkiem. Według anegdoty przestraszył się Bacha, który znał bardzo dobrze muzykę różnych regionów Europy, podczas gdy Marchand był obeznany głównie z francuską, a na dodatek Bach zdobył umiejętność strojenia klawesynu w taki sposób, że mógł na nim grać w każdej tonacji. W sytuacji, w której Bach wyprowadziłby rywala do tonacji normalnie nieużywanej, ten nie dość, że musiałby grać w tonacji, w której nie poruszał się komfortowo, to jeszcze na jego klawesynie (każdy grał na swoim) wystąpienie brzmiałoby zwyczajnie fałszywie.

W XVIII wieku wprowadzono do użytku strój równomiernie temperowany. W XIX wieku wyparł on już pozostałe, stając się powszechnie stosowanym. W systemie tym wszystkie półtony są równe, utożsamia się dźwięki *fis* i *ges*, *cis* i *des* itd. Nietrudno się przekonać, że proporcją określającą taki półton jest $\sqrt[12]{2} : 1$. System ten był znany dużo wcześniej, jednak był uznawany za niedoskonały ze względu na to, że żadna z tonacji nie brzmi w nim czysto, a możliwość korzystania ze wszystkich tonacji nie była aż tak pożądana. Ostatecznie jednak, m.in. za sprawą Andreeasa Werckmeistera, propagatora systemu równomiernie temperowanego, oraz zachwyconego nowymi możliwościami Johanna Sebastiana Bacha, strój ten zaczął się rozpowszechniać. Jednym z czynników było przejście od skal modalnych (kościelnych) do systemu dur-moll oraz coraz częstsze i bardziej skomplikowane stosowanie modulacji, tj. zmiany tonacji w trakcie utworu.

Aby porównać wspomniane systemy strojenia, wprowadzono jednostkę zwaną *centem*, która jest setną częścią współczesnego półtonu, czyli wyraża się stosunkiem $\sqrt[1200]{2} : 1$. Przykładowo kwinta czysta o stosunku $\frac{3}{2}$ ma miarę 701,955 centów, a kwinta czysta w stroju równomiernie temperowanym ma miarę 700 centów. Różnica ta jest praktycznie niesłyszalna. Natomiast tercja wielka o stosunku $\frac{5}{4}$ (386,31 centów) istotnie różni się od tej w systemie równomiernie temperowanym (400 centów). Różnica ta jest mniejsza niż ta pomiędzy tercją wielką $\frac{5}{4}$ a tą w stroju pitagorejskim – $\frac{81}{64}$ (407,82 centów), ale i tak słyszalna.

System równomiernie temperowany daje sporo możliwości – za cenę nieużywania „prawdziwie czystych” interwałów. Trzeba mieć jednak na uwadze, że doprowadzenie do powszechnego użycia tego systemu było naturalnym procesem i muzyka zachodnia gotowa była na poświęcenie „ideałów”, co wcale na złe jej nie wyszło – dość wspomnieć dzieła Beethovena, Brahmsa, Chopina, Liszta, Czajkowskiego i wielu innych wielkich kompozytorów. Na systemie równomiernie temperowanym istotnie oparta jest też *skala calotonowa*, często używana przez impresjonistów oraz *skala chromatyczna*, będąca podstawą muzyki dodekafonicznej. W II połowie XX wieku niektórzy kompozytorzy wrócili do poprzednich systemów strojenia, wprowadzając liczne zmiany i dodatkowe mikrointerwały.

Jedną ze wspomnianych wcześniej zalet i jednocześnie przyczyną wprowadzenia systemu równomiernie temperowanego jest możliwość modulowania – przechodzenia z jednej tonacji do drugiej. O sposobach prowadzenia modulacji i stopniu użycia w nich systemu równomiernie temperowanego opowiemy w następnym odcinku.

W skali calotonowej między kolejnymi dźwiękami są interwały sekundy wielkiej. Są tylko dwie takie skale – jedna zaczyna się od *c*, a druga od *cis*. Budując skalę calotonową od innego dźwięku otrzymamy po prostu przesunięcie cykliczne jednej z tych dwóch wymienionych.

Skala chromatyczna składa się z 12 dźwięków, odpowiadających wszystkim klawiszom na fortepianie.