

# Mały Gauss

\* Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski

Mariusz SKAŁBA\*

Już rok po śmierci Gaussa (w 1856 r.) ukazała się książka wspomnieniowa jego wieloletniego przyjaciela Wolfganga Sartoriusa von Waltershausena *Zum Gauss Gedächtniss*. Trzeba o niej wiedzieć co najmniej z dwóch powodów. Stąd pochodzi najsłynniejszy aforyzm z matematyką w roli głównej. Jako teoretyk liczb przytoczę go z przyjemnością w pełnej postaci:

*Matematyka jest królową nauk, a arytmetyka królową matematyki.*

Drugi powód to tytułowy *kleiner Gauss* – tak w obszarze niemieckojęzycznym nazywa się czasem pochodzący z głębokiej starożytności wzór na sumę pierwszych  $n$  liczb naturalnych. Nazwa nawiązuje bezpośrednio do najpopularniejszej anegdoty, w której występuje matematyk, podanej właśnie w tej książce. Nie wypada tej anegdoty tu przypominać, gdyż każdy Czytelnik *Delty* na pewno ją zna. Zastanówmy się tylko, co bardziej kierowało Büttnerem, nauczycielem młodziutkiego Gaussa<sup>1</sup> – chęć poskromienia urwisów, czy też nadzieja wyłowienia perły?

<sup>1</sup> Co prawda Mozart, przez wielu uważany za większego geniusza niż Gauss, miał jeszcze trudniejsze zadanie: pamiętacie zapewne, co wyprawiał w Sykstyńnię jako 14-latek!

To, że ten dylemat każdego ambitnego nauczyciela jest ponadczasowy, ilustruje poniższa współczesna historia.

Matematyczka, przezywana przez uczniów Fibonaccią (czytaj: Fibonacją) z częstotliwością demaskującą jej wredny charakter<sup>2</sup> zadaje swoim uczniom w klasie następujące zadanie rachunkowe:

<sup>2</sup> Chociaż trzeba oddać jej sprawiedliwość, że nie opowiada historyjek o królikach.

*Wybierz według uznania dwie liczby naturalne  $a$  oraz  $b$ , przy czym niech  $a \in \{25, \dots, 99\}$ ,  $b \in \{101, \dots, 199\}$ . Następnie oblicz i starannie zapisz w zeszycie pierwsze 20 wyrazów ciągu danego rekurencyjnie*

$$x_1 = a, \quad x_2 = b, \quad x_{n+2} = x_n + x_{n+1} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Po zebraniu zeszytów ocenia rozwiązania według schematu: odczytuje  $x_{11}, x_{15}, x_{17}$  i sprawdza, czy

$$x_{11} - 8x_{15} + 3x_{17} = 0.$$

Jeśli tak, to zalicza rozwiązanie, a jeśli nie, to nie zalicza. Tak sobie życie upraszcza, że nie sprawdza w ogóle innych wyrazów ciągu  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ . Czy godzi się tak postępować? Z tym pytaniem zwracam się do tych wszystkich, którzy nie mieli przyjemności być uczniami Fibonaccii:<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Odpowiedź na str. 16.

Jest też Fibonaccia II, bardziej znana jako czołowa aktywistka ruchu FPNW<sup>4</sup>, która daje zniewalanym przez siebie uczniom jeszcze większą swobodę wyboru parametrów ciągu  $x_n$ . Prawi im tak:

<sup>4</sup> Fibonaccia Pozwala Na Wszystko.

*Wybierz dowolne liczby naturalne  $a, b, c, d$  i wypisz wyrazy  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  ciągu określonego rekurencyjnie:*

$$x_1 = a, \quad x_2 = b, \quad x_{n+2} = dx_n + cx_{n+1} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Czytelniku, jeżeli uważasz, że znasz się na ciągach, to jesteś wystarczająco postępowy, aby pomóc F II: podsuń jej wielomian  $F_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  weryfikujący poprawność rachunku w tym sensie, że jeśli  $F_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \neq 0$ , to na pewno uczeń coś pomylił!<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Odpowiedź na str. 16.