Arytmetyka szkieletowa

Renata JURASIŃSKA

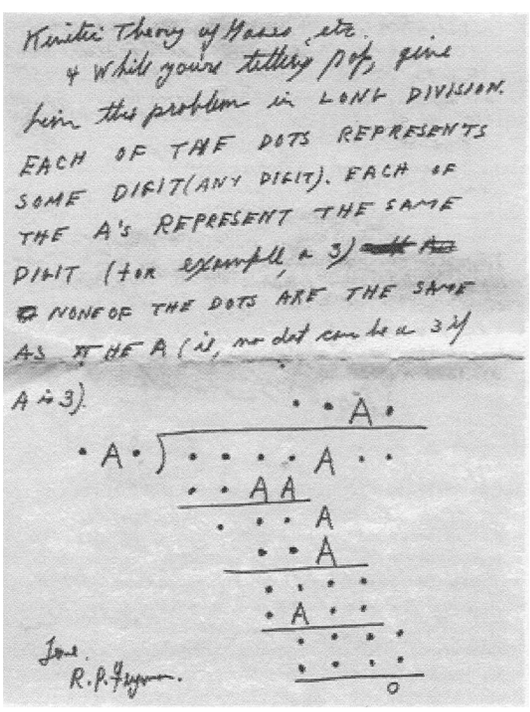
Arytmetyka szkieletowa (ang. *skeleton arithmetic*, *skeletons*, *arithmetical restorations*) to dział matematyki rekreacyjnej, obejmujący zadania, które polegają na odtwarzaniu pełnego zapisu działania arytmetycznego na podstawie jego „szczątków”. Nazwa kojarzy się ze stosowaną m.in. w archeologii i kryminalistyce rekonstrukcją antropologiczną wyglądu twarzy na podstawie zachowanej czaszki. Na łamach czasopism szaradziarskich zadania takie nazywane są też „zamazanymi” lub „zaplamionymi” działaniami. Pod nazwą „molowe rachunki” (mole powygryzały papier, na którym zapisano działanie) znane są w Chinach i Japonii, gdzie były popularne już w XVIII wieku.

Do rozrywkowej rekonstrukcji najlepiej nadają się dwa rodzaje działań – **dzielenie** i **mnożenie**, głównie ze względu na iloczyny cząstkowe. Zapis można wówczas odtwarzać cyfra po cyfrze, często na różne sposoby, z wykorzystaniem przede wszystkim tabliczki mnożenia!

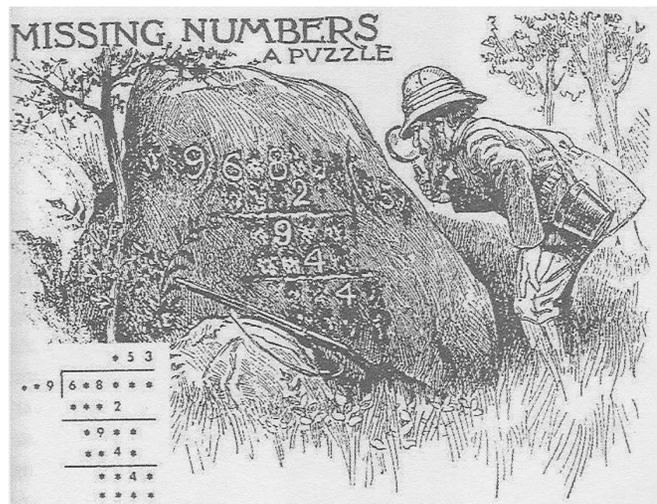
Z książki *Mathematical Puzzles of Sam Loyd* pod redakcją Martina Gardnera (Dover Publications 1959) pochodzi zadanie **Missing numbers**.

Archeolog bada kompletny słupek dzielenia wyryty w głazie z piaskowca – jak to widać na obrazku obok. Większość znaków nie jest widoczna z powodu wietrzenia skały. Na szczęście dziewięć czytelnych znaków dostarcza wystarczającą ilość informacji, aby umożliwić ci uzupełnienie brakujących cyfr. Na pierwszy rzut oka wydaje się, że poprawnych odpowiedzi powinno być całe mnóstwo, lecz z tego, co wiem, jest tylko jedna możliwość właściwego uzupełnienia pustych miejsc.

* * *



Fotokopia listu Feynmana



* * *

Znanym zadaniem „szkieletowym” jest też tzw. **kryptarytm Feynmana** (nazwy „kryptarytm” dla zadań szkieletowych używał w swoich książkach i artykułach, między innymi, Martin Gardner, zmarły 22 maja 2010 roku amerykański dziennikarz i popularyzator nauki, specjalizujący się w matematyce rekreacyjnej), łamigłówka opublikowana w 1936 roku na łamach *American Mathematical Monthly*.

Richard Phillips Feynman, wybitny fizyk, noblista, jak większość umysłów ścisłych miał smykałkę do łamigłówek. W jednym z listów z czasów studenckich (z listopada 1939 roku) adresowanym do matki, syn zamieścił łamigłówkę przeznaczoną dla ojca (i choć nie był jej autorem, a jedynie ją spopularyzował, „przybrała” jego nazwisko). Oto jej bardziej czytelna postać.

```
      □□A□
□□□□A□□ : □A□
□□A A
  □□□A
    □□A
    □□□□
    □A□□
      □□□□
      □□□□
          0
```

Dwa zadania (z dzieleniem), należące do arytmetyki szkieletowej, uchodzą za klasyczne i wzorcowe (głównie ze względu na minimalną liczbę ujawnionych cyfr oraz jedno rozwiązanie).

Pierwsze to **samotna siódemka** (autorstwa H.E. Dudeneya) opublikowana w roku 1922 na łamach *Strand Magazine*, a drugie – **samotna ósemka** (autorstwa W.B. Carvera) z *American Mathematical Monthly* z roku 1954.

```
      □7□□□
□□□□□□□□ : □□□
□□□□
   □□□
   □□□
   □□□□
    □□□
      □□□□
      □□□□
      ====
```

```
      □□8□□
□□□□□□□□ : □□□
 □□□
   □□□□
    □□□
      □□□□
      □□□□
      ====
```

Jeszcze ciekawsze (ale i znacznie trudniejsze w rozwiązywaniu) są działania „szkieletowe” bez ujawnionych cyfr, jak, na przykład, poniższe dzielenie (bez żadnych „podpowiedzi”), czy też mnożenie z dodatkową informacją, że w zapisie działania występują wszystkie cyfry – każda dwukrotnie (autorem tego zadania jest holenderski matematyk Frederik Schuh, autor książki *The Master Book of Mathematical Recreations*).

```
□□□,□□□
□□□ : □
□
□□
□□
   □
   □
   □□
    □
    □□
    □□
     □□
     □□
     ==
```

```
   □□□
 ×□□□
   □□□
 □□□
□□□
□□□□□
```

* * *

W polskiej prasie szaradziarskiej również pojawiają się działania „szkieletowe”.

RÓWNOŚĆ

$$\frac{\square\square}{7} + \frac{\square\square\square}{\square 8} = \square - \square$$

W kratki należy wpisać cyfry od 0 do 9 (ujawniono 7 i 8) tak, by otrzymane liczby utworzyły poprawną równość.

Rozrywka. Nie Tylko Sudoku 1/2009
Autor: Sławomir Koszelew

PODZIEL i DODAJ

```
  □□□
:   5
  □□
+ □□
  □□
```

W kratki należy wpisać brakujące cyfry od 0 do 9 tak, by otrzymane liczby utworzyły poprawne działania.

Rozrywka. Nie Tylko Sudoku 4/2009
Autor: Sławomir Koszelew

SIEDEM SIÓDEMEK

```
    □□□□
 × □7□
    □□7□
□7 7 7□
7□□7
□□□□□□
```

Należy utworzyć mnożenie, w którym ujawniono wszystkie siódemki.

Rozrywka. Nie Tylko Sudoku 10/2009
Autor: Józef Archacki

I jeszcze trzy przykłady ze wspominanego już *Łamibloga* Marka Penszko (`http://penszko.blog.polityka.pl`; styczeń 2010, wrzesień 2010 i październik 2010); dodawanie ułamków – ze znanym jedynie wynikiem, mnożenie „z podpowiedzią” oraz mnożenie w systemie dwójkowym.

$$\frac{\square\square}{\square\square\square} + \frac{\square\square}{\square\square} = 7$$

W kratki należy wpisać różne cyfry od 1 do 9.

```
  □□
× □□
  ■□
□□□
□□□□
```

Dodatkowa informacja – wszystkie cyfry są nieparzyste, oprócz jednej – w zacieniowanej kratce.

```
   □□□□
 × □□□
   □□□□
 □□□□
□□□1□□□
```

W zapisie mnożenia liczby zastąpiono kratkami. Ujawniona jest tylko jedna cyfra iloczynu. W systemie dziesiętnym rozszyfrowanie tego działania to zadanie dla komputera, a rozwiązań jest mnóstwo. W systemie dwójkowym rozwiązanie jest jedno.