

Stożkowe

Przecięcie stożka płaszczyzną π nieprzechodzącą przez wierzchołek to **stożkowa**. Jeśli oś stożka tworzy z płaszczyzną π kąt (nazwijmy go β) większy niż z tworzącą (α), to stożkowa jest **elipsą**, gdy równy – **parabolą**, gdy mniejszy – **hiperbolą**. Wpisując w stożek sfery styczne do płaszczyzny π (dla paraboli jest tylko jedna taka sfera), otrzymujemy jako punkty styczności **ogniska** stożkowej, a jako przecięcia płaszczyzn zawierających okręgi, wzdłuż których sfery są styczne do stożka, z płaszczyzną π – **kierownice stożkowej**.

Ponieważ wszystkie odcinki stycznych do sfery z tego samego punktu są równe, więc $PF_1 = PA_1$ i (dla hiperboli i elipsy) $PF_2 = PA_2$ oraz $A_1A_2 = \text{const}$ (bo jest to odcinek tworzącej stożka między dwiema płaszczyznami prostopadłymi do jego osi). Zatem **dla hiperboli**

$$|PF_1 - PF_2| = |PA_1 - PA_2| = A_1A_2 = \text{const},$$

czyli **moduł różnicy odległości dowolnego punktu od ognisk jest stały**;

dla elipsy

$$PF_1 + PF_2 = PA_1 + PA_2 = A_1A_2 = \text{const},$$

czyli **suma odległości dowolnego punktu od ognisk jest stała**.

Jeśli R jest rzutem P na płaszczyznę okręgu styczności i Q jest rzutem P na (bliższą) kierownicę k_1 , to

$$\frac{PF_1}{Pk_1} = \frac{PA_1}{PQ} = \frac{\frac{PR}{\cos \beta}}{\frac{PQ}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} = \text{const} =: \varepsilon,$$

czyli **stosunek odległości dowolnego punktu stożkowej od ogniska i od kierownicy jest stały**.

Zatem mamy dla hiperboli $\varepsilon > 1$, dla elipsy $\varepsilon < 1$ i dla paraboli $\varepsilon = 1$.

