



Pod wpływem zderzeń rozpadają się na poszczególne atomy. A więc w płomieniu świecą oddzielne atomy, które się tam właśnie znalazły. Fotony „rodzą się” w atomach. A każdy atom wysyła fotony specjalne, charakterystyczne dla siebie. Posyp palący się palnik zwykłą solą, a zobaczysz, że zabarwia się na żółto. To zaczynają świecić atomy sodu, z których między innymi zbudowana jest sól kuchenna. Wsadź do palnika drucik miedziany (trzymaj go obciążkami, żebyś nie poparzył palców!). Możesz go przedtem zanurzyć na chwilę w occie, żeby efekt był wyraźniejszy. Atomy miedzi w palniku będą świecić zielono. A może pamiętasz fioletowe płomyczki dogasającego ogniska? To świecą jeszcze inne atomy — atomy potasu. Tak więc obserwując płomień palnika gazowego można dowiedzieć się wielu rzeczy o własnościach atomów.

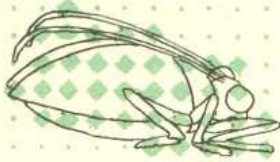
Punkt, odcinek, trójkąt...

Chociaż są to pojęcia abstrakcyjne (bo przecież nikt nie widział ani punktu, ani odcinka), przemawiają dobrze do wyobraźni i zgadzają się ze zdrowym rozsądkiem. I aż dziw bierze, jak wiele wokół nas zjawisk, które zdają się ostrzegać: uwaga, to co wydaje się takie oczywiste, wcale nie musi być prawdziwe.

Sprawa pozornie jasna — dwa punkty, nawet bardzo bliskie, można połączyć odcinkiem punktów pośrednich. Tymczasem ... na reproduktowanej w gazecie fotografii można odszukać takie punkty, między którymi nie ma już niczego. Obejrzyjcie taką fotografię pod lupą. Składa się ona ze skończonej ilości czarnych plamek, co widać wyraźnie w powiększeniu. Mimo to odbieramy ją normalnie i na ogół rozpoznajemy, co lub kogo przedstawia.

Płaszczyzna fotografii reproduktowanej w gazecie składa się z izolowanych punktów. Matematycy powiedzieliby o niej, że jest dyskretna. Dyskretny (w matematycznym sensie) jest również obraz na ekranie telewizora, dyskretnym jest także koncert fortepianowy (pod względem wysokości dźwięków, a także ... czasu odmierzanego nutami, półnutami, ćwiartkami, ósemkami itd.)

Na dobrą sprawę żyjemy równolegle w dwóch światach: jeden jest gęsty, spójny, z płynnymi zmianami, a drugi dyskretny. Umiemy jednak jakoś je pogodzić. Zawdzięczamy to właściwościom naszych oczu, uszu i mózgu, że izolowane wrażenia odbieramy jako połączone w sposób ciągły. I całe szczęście, gdyż w przeciwnym wypadku musielibyśmy się obyć bez wielu przyjemności. Na przykład w kinie nie widzielibyśmy płynnego ruchu, tylko ciąg pojawiających się i znikających nieruchomych obrazów.



Oto przykład ciekawych zależności. Figura na rysunku to koło o środku w początku układu współrzędnych i o promieniu 10.

Współrzędne punktów jego dyskretnego obrazu, czyli współrzędne grubych kropek, spełniają zależność:

$$x^2 + y^2 \leq 10^2$$

(trzeba przypomnieć sobie twierdzenie Pitagorasa).

Grubych kropek będzie tyle, ile jest rozwiązań całkowitych nierówności:

$$x^2 + y^2 \leq 100.$$

(Pamiętajcie, że rozwiązaniami mogą być nie tylko pary liczb dodatnich, ale i takie pary, w których jedna lub obie liczby są ujemne, na przykład $x = -5$ i $y = -3$ albo $x = -10$ i $y = 0$.) Kto ma cierpliwość może policzyć, że jest ich 317. Z drugiej strony pole rzeczywistego koła filmowanego przez kamerę jest równe $\pi \cdot 10^2 \approx 314$.

Pole dyskretnego obrazu koła dosyć dobrze przybliża pole rzeczywistego koła... lub na odwrót. Zgodność będzie tym lepsza, im większe będą rozmiary koła. Możemy to wykorzystać w dwie strony. Ci, którzy znają przybliżoną wartość liczby π , mogą obliczyć ile mniej więcej rozwiązań całkowitych ma nierówność:

$$x^2 + y^2 \leq n \quad (n \text{ duże}).$$

Ci, którzy umieją dobrze liczyć i mają cierpliwość, mogą spróbować wyznaczyć przybliżoną wartość liczby π (w jaki sposób?).

A jak wykorzystać metodę kropek do obliczenia przybliżonych wartości pól figur pokazanych na rysunkach poniżej?

