W pierwszym przypadku dość łatwo zauważyć (i udowodnić), że najmniejszymi wektorami (poza dwoma innymi, symetrycznymi względem zera) są właśnie wejściowe v_1' i v_2'. Co ciekawe, w drugiej zagadce, mimo że wejściowe wektory wyglądają groźniej, to rozpinana przez nie krata jest dokładnie tą samą kratą (czemu?), więc najmniejsze wektory to ponownie $(1,1), (1,-1), (-1,-1)$ oraz $(-1,1)$.

Podane przykłady mają na celu ilustrację jeszcze jednej własności problemu SVP. Otóż dla ustalonej kraty istnieją różne zestawy wektorów ją definiujące (tzw. bazy), co więcej: problem SVP dla różnych baz tej samej kraty może być istotnie trudniejszy. Czytelnik Domyślny, któremu kojarzy się to z kryptografią opartą o klucze prywatne i publiczne, nie myli się.

Czytelnikowi Sumiennemu proponujemy znalezienie takich liczb całkowitych p_1 i p_2 oraz q_1 i q_2, aby było

$$p_1 v_1'' + p_2 v_2'' = v_1'$$

i

$$q_1 v_1'' + q_2 v_2'' = v_2'.$$

Odpowiedź zamieściliśmy w numerze.

PS. Czytelnik-Profan może być z kolei zaniepokojony nadużywaniem w tym tekście zwrotów takich jak *wydaje się*, *pozwalający wierzyć* itp. Nie jest to jednak przypadek, a o tym, że kryptologia to nauka dla ludzi dużej wiary, próbowałem przekonać Czytelników już w numerze 10/2017 *Delty*.

Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2018

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 741 ($WT = 1{,}82$) i 742 ($WT = 1{,}55$) z numeru 5/2017

Jerzy Cisło	Wrocław	47,31
Janusz Olszewski	Warszawa	46,79
Marcin Małogrosz	Warszawa	44,23
Adam Dzedzej	Gdańsk	43,22
Marcin Kasperski	Warszawa	42,59
Patryk Jaśniewski	Gdańsk	42,49
Roksana Słowik	Knurów	41,91
Franciszek S. Sikorski	Warszawa	39,71
Krzysztof Maziarz	Kraków	37,45

Widywaliśmy już te nazwiska – prawda?
Jerzy Cisło – po raz trzynasty.
Janusz Olszewski – po raz osiemnasty.
Marcin Małogrosz – po raz drugi.

Zadania z matematyki nr 751, 752

Redaguje Marcin E. KUCZMA

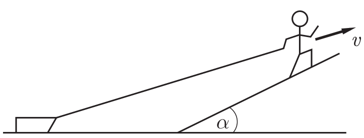
751. Trójkąt równoboczny o boku długości n został podzielony (prostymi równoległymi do boków) na n^2 trójkątów o boku 1 (trójkątów jednostkowych). Wierzchołkom powstałej siatki zostały przyporządkowane różne liczby rzeczywiste ($(n+1)(n+2)/2$ różnych liczb). Trójkąt jednostkowy nazwiemy zorientowanym dodatnio, jeśli – idąc wzdłuż jego brzegu, w kierunku wzrastania liczb przy wierzchołkach (tj. startując od najmniejszej i idąc przez średnią do największej) – mamy jego wnętrze po lewej stronie. Dla ustalonej liczby naturalnej n wyznaczyć najmniejszą i największą możliwą wartość liczby trójkątów jednostkowych zorientowanych dodatnio.

752. Znaleźć wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich, których średnia arytmetyczna i średnia geometryczna różnią się o 1.

Zadanie 752 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

Zadania z fizyki nr 648, 649

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



648. Człowiek wchodzi ze stałą prędkością v na zbocze nachylone pod kątem α do poziomu (rysunek) i ciągnie sanki o masie m za pomocą nierozciągliwej, lekkiej linki o długości l. Sanki ślizgają się bez tarcia po powierzchni poziomej. Jakie jest naprężenie linki, gdy tworzy ona z poziomem kąt α?

649. Na bardzo cienką przezroczystą płytkę naniesiono nieprzezroczyste, koncentryczne pierścienie. Położenia i rozmiary pierścieni są tak dobrane, że równoległa wiązka światła o długości fali $\lambda = 500$ nm, padająca prostopadle na płytkę, ogniskuje się w odległości $f = 25$ cm od płytki. Rozmiary płytki są małe w porównaniu z odległością f.
a) Wyznaczyć promienie wewnętrzne i zewnętrzne dwóch najbliższych centrum nieprzezroczystych pierścieni.
b) W jakiej odległości od płytki powstanie obraz punktowego źródła światła monochromatycznego o tej samej długości fali co wiązka równoległa, umieszczonego w odległości a od płytki na jej osi przechodzącej przez środki pierścieni?