Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2018

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 739 ($WT = 1{,}55$) i 740 ($WT = 2{,}72$) z numeru 4/2017

Jerzy Cisło	Wrocław	43,94
Janusz Olszewski	Warszawa	43,42
Adam Dzedzej	Gdańsk	43,22
Roksana Słowik	Knurów	41,91
Patryk Jaśniewski	Gdańsk	40,94
Marcin Małogrosz	Warszawa	40,86
Franciszek S. Sikorski	Warszawa	39,71
Marcin Kasperski	Warszawa	39,22
Krzysztof Maziarz	Kraków	37,45

Zadania z matematyki nr 749, 750

Redaguje Marcin E. KUCZMA

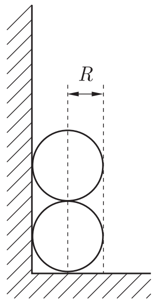
749. Trójkąt ABC jest opisany na okręgu o środku I, stycznym do boków AB i AC w punktach S i T. Na boku AC leży taki punkt P, że $IP \| ST$. Proste ST i BP przecinają się w punkcie Q. Dowieść, że $QC \| AB$.

750. Znaleźć wszystkie pary liczb pierwszych p, q $(p > q)$, dla których także liczby $(p^2+q^2)/2$ oraz $(p^2-q^2)/24$ są pierwsze.

Zadanie 750 zaproponował pan Tomasz Ordowski.

Zadania z fizyki nr 646, 647

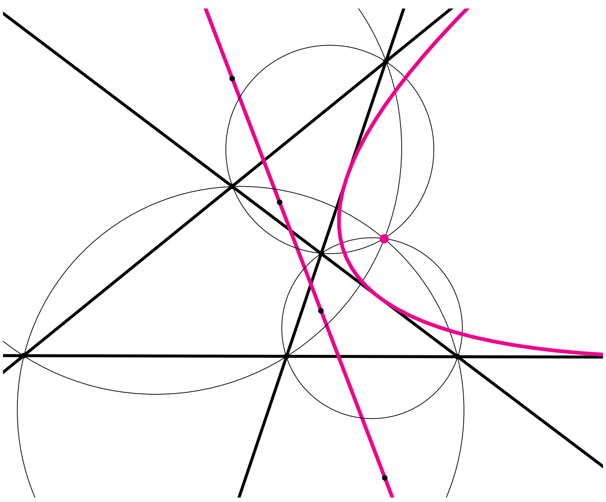
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



646. Dwie kulki o jednakowych masach i promieniach R leżą jedna na drugiej na poziomej powierzchni stykając się ze ścianą. Po zakłóceniu równowagi kulka górna ślizga się wzdłuż ściany, kulka dolna ślizga się po poziomej powierzchni, a ich prędkości początkowe są zerowe. Nie ma tarcia. Znaleźć prędkość kulki dolnej po utracie kontaktu między kulkami.

647. Nienaładowany, metalowy walec obraca się z prędkością kątową ω wokół swojej osi. Walec umieszczony jest w jednorodnym polu magnetycznym, którego wektor indukcji $\vec{B}$ jest równoległy do osi walca. Znaleźć gęstość ładunku wewnątrz walca.

Dowolne cztery proste, z których żadne dwie nie są równoległe, a żadne trzy nie mają punktu wspólnego...



...tworzą cztery trójkąty – to każdy widzi i nikt się nie dziwi.

Ale gdy narysujemy ortocentra tych trójkątów (czyli punkty przecięcia wysokości każdego z nich – to te czarne kropki na rysunku), to okaże się, że punkty te leżą na jednej prostej – kto umie to udowodnić?

A gdy z kolei narysujemy okręgi opisane na tych trójkątach, okaże się, że wszystkie one mają punkt wspólny – czy to ma związek z poprzednim spostrzeżeniem? No i jak to udowodnić?

To teraz coś jeszcze. Gdy narysujemy kilka (lepiej kilkanaście) punktów jednakowo odległych od prostej łączącej ortocentra i od wspólnego punktu okręgów, to może nam przyjść do głowy, że punkty te leżą na paraboli, dla której kolorowa prosta jest kierownicą, a kolorowy punkt ogniskiem.

To wygląda już na kompletne szaleństwo, ale jest prawdą. Co więcej, parabola ta jest styczna do każdej z wyjściowych czterech prostych.

Cóż – trzeba przemyśleć, jak by i to udowodnić. Taka rozrywka na jesienne dżdżyste wieczory.

M. K.