

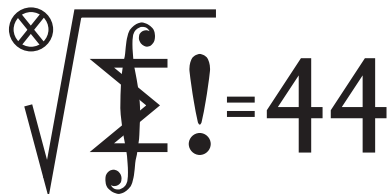
# Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2016

## Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl)



### Zadania z matematyki nr 709, 710

Redaguje Marcin E. KUCZMA

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 699 ( $WT = 1,88$ ) i 700 ( $WT = 2,75$ ) z numeru 4/2015

Lukasz Garncarek	Opole	46,36
Marek Spychała	Warszawa	42,75
Paweł Najman	Kraków	38,80
Grzegorz Karpowicz	Wrocław	38,18
Jędrzej Garnek	Poznań	37,64
Krzysztof Maziarz	Kraków	35,37
Franciszek S. Sikorski	Warszawa	33,31
Janusz Fiett	Warszawa	33,19

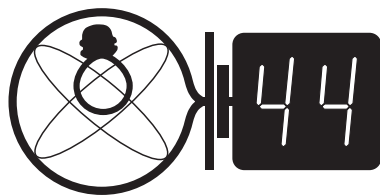
Pan Lukasz Garncarek – to już 44 po raz drugi.

**709.** Na bokach  $AB$  i  $BC$  kwadratu  $ABCD$  leżą (odpowiednio) takie punkty  $E$  i  $F$ , zaś wewnątrz tego kwadratu znajduje się taki punkt  $G$ , że  $FG \perp BC$ ,  $EF \perp BG$ ,  $EG \perp AF$ ,  $BG \perp AG$ . Sporządzony odręcznie rysunek sugeruje, że trapez  $ABFG$  pokrywa około 40% powierzchni kwadratu  $ABCD$ . Czy jest to równość dokładna?

**710.** Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem rekurencyjnym:  $a_{n+1} = a_n + \ln a_n$ ; wyraz początkowy  $a_0$  jest dowolną liczbą większą od 1. Udowodnić, że ciąg  $(a_n)$  jest asymptotycznie równy ciągowi  $(b_n)$  o wyrazach  $b_n = n \ln n$ ; to znaczy,

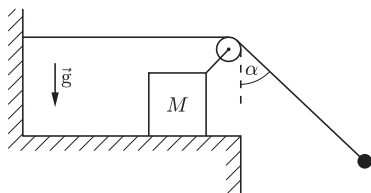
$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n / b_n = 1.$$

Zadanie 710 zaproponował pan Tomasz Ordowski.



### Zadania z fizyki nr 606, 607

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



**606.** Kłoczek o masie  $M$ , do którego przymocowany jest nieważki, nieruchomy bloczek, może ślizgać się po poziomej powierzchni. Przez bloczek przerzucona jest nić, której jeden koniec jest poziomy i przymocowany do ściany, a na drugim końcu zawieszony jest ciężarek. W chwili początkowej ciężarek odchyłono od pionu o kąt  $\alpha$  i puszczono. Znaleźć masę ciężarka, jeśli kąt odchylenia nici od pionu nie zmienia się podczas ruchu klocka. Tarcie zaniedbujemy.

**607.** Cienki miedziany pierścień o promieniu  $r$  może obracać się wokół pionowej osi, pokrywającej się z jego średnicą. W środku pierścienia umieszczono małą igielkę magnetyczną, która może swobodnie obracać się wokół tej samej osi. Gdy pierścień jest nieruchomy, igielka ustawia się wzdłuż składowej poziomej pola magnetycznego Ziemi  $B$ . Pierścień wprowadzono w bardzo szybki ruch obrotowy ze stałą prędkością kątową  $\omega$ . O jaki kąt odchyliła się igielka od swego początkowego ustawienia? Opór pierścienia wynosi  $R$ .