



Droga, prędkość, czas

Joanna JASZUŃSKA

Oto kilka krótkich zagadek do szybkiego rozwiązania w wolnym czasie.

1. Pewnego poranka o godzinie 8^{00} turysta wyruszył z domu u podnóża góry i o 20^{00} dotarł do schroniska na szczycie. O 8^{00} następnego dnia wyruszył ze szczytu tą samą trasą i o 20^{00} wrócił do domu. Udowodnij, że istnieje taki punkt, w którym turysta był w oba dni dokładnie o tej samej godzinie.
2. Na półce stoi dwutomowa encyklopedia. Każdy tom ma 5 cm grubości plus okładki grubości po 0,5 cm każda. Mól książkowy przegryza się przez tę encyklopedię od pierwszej strony pierwszego tomu, najkrótszą drogą, do ostatniej strony drugiego tomu. Jaką drogę pokona?
3. Pod domem pana Y zatrzymują się dwa tramwaje – nr 1 i 2, każdy z nich kursuje co 10 minut. Pan Y codziennie o przypadkowej godzinie wychodzi na przystanek i wsiada w pierwszy tramwaj, który nadjedzie. Tramwajem nr 1 dojeżdża do narzeczonej, zaś tramwajem nr 2 – do matki. Czy należy oczekiwać, że pan Y równie często trafia do każdej z nich?
4. Miasta A i B są odległe o 300 km. Z miasta A w kierunku B wyrusza pociąg z prędkością 90 km/h. W tym samym momencie z miasta B w kierunku A wyrusza pociąg z prędkością 60 km/h. Jednocześnie z miasta A startuje Struś Pędziwiatr, który gna w kierunku B z prędkością 250 km/h. Kiedy napotka pociąg jadący z B do A , zawraca w kierunku A . Kiedy z kolei napotka pociąg jadący z A do B , znów zawraca itd. – biega pomiędzy pociągami aż do momentu ich spotkania. Ile kilometrów pokona?
5. Mamy do dyspozycji dwa sznurki i zapalki. Wiadomo, że każdy ze sznurków, podpalony na końcu, spali się w godzinę. Sznurki mogą jednak palić się nierównomiernie i każdy inaczej. Jak odmierzyć kwadrans?
6. Jak wyżej, ale mamy tylko jeden sznurek.
7. Cztery osoby chcą przejść przez dziurawy most po ciemku. Mają do dyspozycji jedną latarkę, nikt nie może iść bez niej, z powrotem zawsze ktoś musi ją przynieść. Wspólnie przez most mogą iść najwyżej dwie osoby i idą wtedy w tempie wolniejszej z nich. Pierwszej osobie pokonanie mostu zajmie 10 minut, drugiej 5, trzeciej 2, a czwartej 1 minutę. Czy wszystkie te osoby są w stanie przedostać się przez most w mniej niż 19 minut?
8. Samochód przejechał z miejscowości A do B z prędkością 40 km/h i z powrotem, tą samą drogą, z prędkością 60 km/h. Oblicz średnią prędkość podróży.
9. Samochód przejechał z miejscowości A do B z prędkością 40 km/h. Z jaką prędkością powinien jechać z powrotem tą samą drogą, aby średnia prędkość całej podróży była równa 80 km/h? Przepisy drogowe, ograniczenia techniczne pojazdu itp. zaniebujemy.

Rozwiązania

R1. Niech drugiego dnia inny turysta pokonuje trasę w górę dokładnie tak samo, jak nasz turysta dzień wcześniej. W pewnym momencie obaj muszą się minąć! \square

R2. Tylko okładki – przednią I tomu i tylną II tomu, łącznie 1 cm. \square

R3. Jeśli tramwaj 1 jeździ o godzinach $xx:x0$, a tramwaj 2 minutę po nim ($xx:x1$), to pan Y ma 9 razy większą szansę na odwiedzinę u narzeczonej niż u matki. \square

R4. Pociągi zbliżają się do siebie z prędkością 150 km/h. Ich spotkanie nastąpi więc po 2 godzinach; Struś przebiegnie w tym czasie 500 km. \square

R5. Podpalamy jednocześnie pierwszy sznurek na obu końcach i drugi sznurek na jednym. Pierwszy sznurek spali się cały w pół godziny, w tym momencie zaczynamy mierzyć czas i podpalamy drugi koniec drugiego sznurka. Ponieważ zostało mu jeszcze pół godziny, to paląc się na obu końcach spłonie w kwadrans. \square

R6. Podpalamy sznurek jednocześnie na obu końcach i w dowolnym innym punkcie, uzyskując dwa fragmenty płonące każdy na obu końcach. Ilekroć któraś część się

cała spali, natychmiast podpalamy dowolny punkt drugiej części; być może powtarzamy tę procedurę nieskończenie wiele razy. W ten sposób zawsze mamy 4 płomyki, więc cały sznurek spali się w kwadrans. \square

R7. Tak. Idą dwie najszybsze osoby, jedna z nich wraca z latarką, potem idą dwie najwolniejsze, druga z najszybszych wraca z latarką i znów idą razem dwie najszybsze. To zajmuje 17 minut i można sprawdzić, że szybciej się nie da. \square

R8. Samochód dłużej jechał z prędkością 40 km/h, więc średnia prędkość jest poniżej 50 km/h. Dokładne rachunki pokazują, że jest ona średnią *harmoniczną* liczb $v_1 = 40$ i $v_2 = 60$:

$$t_1 = AB/40 - \text{czas podróży z } A \text{ do } B,$$

$$t_2 = AB/60 - \text{czas podróży z } B \text{ do } A,$$

$$v_{\text{średnia}} = \frac{AB + BA}{t_1 + t_2} = \frac{2AB}{\frac{AB}{40} + \frac{AB}{60}} = \frac{2}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60}} = 48. \square$$

R9. Nie ma takiej prędkości. Z poprzedniego zadania

$$v_{\text{średnia}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 2v_1 \cdot \frac{v_2}{v_1 + v_2} < 2v_1. \square$$