Klub 44

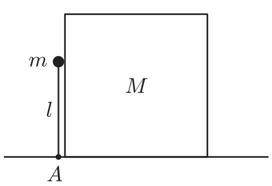
Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2014

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 659 ($WT = 1{,}61$) i 660 ($WT = 1{,}26$) z numeru 4/2013

Paweł Łabędzki	Kielce	46,24
Krzysztof Kamiński	Pabianice	42,89
Paweł Najman	Kraków	42,58
Rami Marcin Ayoush	Szelków	41,55
Marek Spychała	Warszawa	39,37
Janusz Fiett	Warszawa	37,62
Wojciech Maciak	Warszawa	36,72
Andrzej Idzik	Bolesławiec	35,50

Pan Paweł Łabędzki: witamy w Klubie 44 !

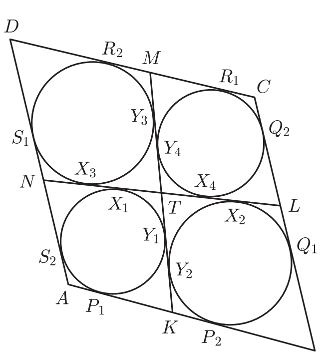
Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2014



Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 554 ($WT = 2{,}44$), 555 ($WT = 1{,}98$) 556 ($WT = 2{,}58$) i 557 ($WT = 2{,}13$) z numerów 3–4/2013

Andrzej Idzik	Bolesławiec	44,26
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	43,72
Krzysztof Magiera	Łosiów	37,67
Michał Koźlik	Gliwice	33,75

Po raz jedenasty liczbę 44 punktów uzyskał Andrzej Idzik – gratulujemy!



Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl

Zadania z matematyki nr 669, 670

Redaguje Marcin E. KUCZMA

669. W trójkącie ABC okrąg wpisany jest styczny do boków BC, CA, AB odpowiednio w punktach D, E, F. Punkty X, Y, Z zostały obrane odpowiednio na bokach BC, CA, AB tak, że $|AY| = |AZ|$, $|BX| = |BZ|$. Dowieść, że prosta DE połowi odcinek XY.

670. Udowodnić nierówność

$$\frac{a^2+1}{b^2+c+1} + \frac{b^2+1}{c^2+a+1} + \frac{c^2+1}{a^2+b+1} \geqslant 2$$

dla liczb rzeczywistych $a, b, c > -1$.

Zadanie 670 zaproponował pan Paweł Kubit z Krakowa.

Zadania z fizyki nr 566, 567

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

566. Na dachu nachylonym do poziomu pod kątem φ leży ołowiana blacha. Współczynnik tarcia ołowiu o dach to $\mu > \operatorname{tg}\varphi$. Współczynnik rozszerzalności liniowej ołowiu wynosi α. Zakładamy, że temperatura w ciągu doby wzrasta od wartości t_1 do t_2, a potem ponownie obniża się do t_1. Długość blachy przy minimalnej temperaturze t_1 jest równa l. Na jaką odległość blacha spełznie z dachu w ciągu doby?

567. Nieważki pręt o długości l z niewielkim ciężarkiem o masie m na końcu może obracać się wokół punktu A i znajduje się w położeniu pionowym, dotykając klocka o masie M (rysunek). W wyniku lekkiego popchnięcia układ zostaje wprawiony w ruch. Jaki musi być stosunek mas m/M, aby w chwili utraty kontaktu ciężarka z klockiem pręt tworzył z poziomem kąt $\alpha_0 = \pi/6$? Ile będzie wynosić w tym momencie prędkość klocka? Tarcie zaniedbać.

Rozwiązanie zadania M 1403.

Zauważmy, że

$$\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{\sqrt{k}}\right)^2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{\sqrt{k}} \sum_{l=1}^{n} \frac{x_l}{\sqrt{l}} \geqslant \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{\sqrt{k}} \sum_{l=1}^{k} \frac{x_l}{\sqrt{l}} \geqslant \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{\sqrt{k}} k \frac{x_k}{\sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{n} x_k^2,$$

gdzie w ostatniej nierówności skorzystaliśmy z tego, że ciągi (x_j), $(1/\sqrt{j})$ są malejące.

Rozwiązanie zadania M 1402.

Przyjmijmy oznaczenia punktów styczności okręgów wpisanych z bokami czworokątów jak na rysunku. Warunek $AB + CD = BC + AD$ jest równoważny $P_1P_2 + R_1R_2 = Q_1Q_2 + S_1S_2$, gdyż $AP_1 = AS_2$, $BQ_1 = BP_2$, $CQ_2 = CR_1$ i $DS_1 = DR_2$. Zauważmy, że

$$P_1P_2 = X_1X_2 = X_1T + TX_2 = Y_1T + TY_2, \qquad R_1R_2 = X_3X_4 = X_3T + TX_4 = TY_3 + TY_4.$$

Zatem

$$P_1P_2 + R_1R_2 = Y_1Y_3 + Y_2Y_4 = S_1S_2 + Q_1Q_2.$$