

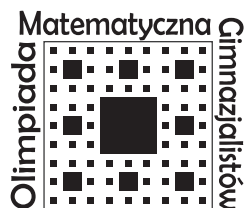


Olimpiada

Zadania zawodów I stopnia Olimpiad: Fizycznej, Matematycznej oraz Matematycznej Gimnazjalistów 2013/2014

IX Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część korespondencyjna
(1 września – 21 października 2013 r.)



Rozwiązania powyższych zadań powinny zostać wysłane najpóźniej dnia 21 października 2013 r. na adres właściwego Komitetu Okręgowego OMG. Dokładne adresy Komitetów oraz szczegółowe informacje dotyczące sposobu zapisu rozwiązań dostępne są na stronie internetowej Olimpiady: www.omg.edu.pl.

Uwaga: Wynik uzyskany w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów części korespondencyjnej i testowej zawodów. Część testowa odbędzie się w szkole uczestnika w dniu 3 października 2013 r.

1. Do pociągu, który może pomieścić co najwyżej 404 pasażerów, wsiadła na początkowej stacji pewna liczba podróżnych. Na następnej stacji liczba pasażerów tego pociągu zwiększyła się o 1,5%. Ilu podróżnych wsiadło do pociągu na początkowej stacji? Odpowiedź uzasadnij.

2. Czy istnieją takie liczby całkowite a, b, c, d , że liczby

$$a - b, \quad b - c, \quad c - d, \quad d - a,$$

wypisane w podanym porządku, są kolejnymi liczbami całkowitymi? Odpowiedź uzasadnij.

3. Punkty E i F leżą odpowiednio na bokach BC i CD prostokąta $ABCD$, przy czym trójkąt AEF jest równoboczny. Punkt M jest środkiem odcinka AF . Wykaż, że trójkąt BCM jest równoboczny.

4. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 4, \\ 2xy - 2x = -5. \end{cases}$$

5. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkty K i L są środkami odpowiednio boków AB i CD . Wykaż, że jeżeli pola czworokątów $BCLK$ i $DAKL$ są równe, to czworokąt $ABCD$ jest trapezem.

6. Punkt P leży na sferze opisanej na sześcianie. Wykaż, że suma kwadratów odległości punktu P od wierzchołków sześcianu nie zależy od wyboru punktu P .

7. Czy kwadrat o wymiarach 2013×2013 można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×3 w taki sposób, aby liczba prostokątów ułożonych pionowo różniła się o 1 od liczby prostokątów ułożonych poziomo? Odpowiedź uzasadnij.