# Toporna logika brudnych maszyn

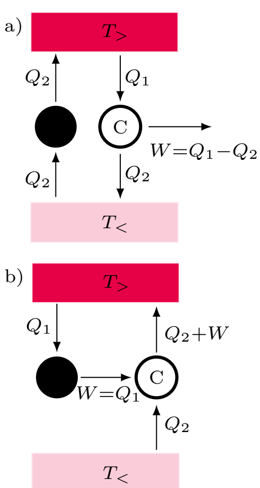
*Paweł JAKUBCZYK**

*Instytut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

*Perpetuum mobile* (z łac. „wiecznie poruszający się”) pierwszego rodzaju to hipotetyczna maszyna, której jedynym efektem działania jest wykonywanie pracy, a więc również produkcja energii. Istnienie takiego tworu sprzeczne jest w oczywisty sposób z zasadą zachowania energii. Konstrukcją nieco bardziej wyrafinowaną jest perpetuum mobile drugiego rodzaju, a więc urządzenie, którego (jedynym) skutkiem funkcjonowania byłaby zamiana ciepła na pracę. Możliwość zbudowania takiej machiny nie jest bynajmniej wykluczona przez zasadę zachowania energii, a wizja urządzenia, które produkowałoby użyteczną pracę poprzez chłodzenie jakiegoś medium, może się (słusznie) wydać ze wszech miar pociągająca.

Historycznie jedno z pierwszych sformułowań drugiej zasady termodynamiki odwołuje się właśnie do tego poniekąd inżynieryjnego konceptu i pochodzi od Kelvina. Zasada Kelvina orzeka wprost, że perpetuum mobile drugiego rodzaju nie można zbudować. W rzeczy samej, pojęcie entropii w owych czasach nie istniało, ludzi zaś frapował (dziś nie mniej aktualny) problem maksymalnie efektywnego wykorzystania energii wyzwolonej wskutek spalenia czarnych substancji wykopywanych spod powierzchni ziemi. Z punktu widzenia języka współczesnych nauk przyrodniczych kelvinowskie sformułowanie fundamentalnego prawa fizyki (jakim jest druga zasada) poprzez odwołanie do brudnych i hałaśliwych maszyn cieplnych wydać się może nieco toporne. Podobnie sprawa wygląda z pochodzącym z równie zamierzchłych czasów sformułowaniem Clausiusa. Można z drugiej strony na ten problem spojrzeć jako na przykład ewolucji języka i tworzenia się (abstrakcyjnych poniekąd) pojęć inspirowanych przez, jak może się zdawać, ekstremalnie praktyczne zagadnienie, wskutek czego powstać może to, co nazywamy często „teorią fenomenologiczną”.

Równoważna zasadzie Kelvina zasada Clausiusa orzeka, że niemożliwy jest proces, którego jedynym efektem byłby przepływ ciepła od ciała o temperaturze $T_<$ do ciała o wyższej temperaturze $T_>$. Chronologicznie zasada Clausiusa (1850) nieznacznie poprzedza zasadę Kelvina i może być uznana za najwcześniejsze sformułowanie drugiej zasady termodynamiki. W pewnym sensie jej treść jest zawarta we wcześniejszej pracy Carnota (1824), która jednakże dotyczy „cieplika”, czyli „fluidu ciepła”, konceptu, który nie przetrwał próby czasu (tj. konfrontacji z doświadczeniem).




Rys. 1

*Maszyna cieplna* to układ realizujący zamknięty cykl przemian termodynamicznych (obieg termodynamiczny), w wyniku których następuje wymiana energii między układem a dwoma zbiornikami ciepła o różnych temperaturach. Maszyna realizująca cykl w takim kierunku, że ciepło przepływa ze zbiornika cieplejszego do zimniejszego, przy czym część ciepła zamienia na pracę, nazywa się *silnikiem cieplnym*. Maszynę realizującą cykl w przeciwnym kierunku, która dzięki wykonanej na układzie pracy przeprowadza ciepło ze zbiornika zimniejszego do cieplejszego, nazywa się *pompą ciepła*.

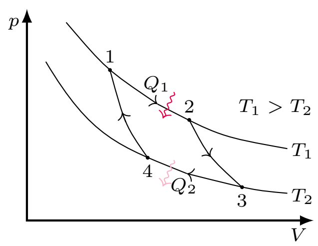
Zrozumienie równoważności zasad Kelvina ($K$) i Clausiusa ($C$) nie jest trudne. Obrazuje to diagram naszkicowany na rysunku 1. Ilustracja 1a pokazuje rozumowanie prowadzące do implikacji $K \implies C$. Maszyna cieplna oznaczona jako kółko ze znakiem „C” pobiera ciepło $Q_1$ ze zbiornika o temperaturze $T_>$ (grzejnika) i jego część oddaje do zbiornika o temperaturze $T_<$ (chłodnicy), wykonując przy tym użyteczną pracę $W = Q_1 - Q_2$ (na przykład służącą do rozpędzania lokomotywy). Rozumujemy teraz *ad absurdum*: zakładamy, że (wbrew zasadzie $C$) zbudowano machinę, której jedynym efektem działania jest przekaz ciepła od chłodnicy do grzejnika. Urządzenie to podłączamy tak, jak pokazuje rysunek 1a, gdzie oznaczone jest ono schematycznie czarnym kółkiem. Cały skonstruowany w ten sposób aparat de facto pobiera ciepło z grzejnika i zamienia na pracę. Jest to sprzeczne z zasadą $K$. W ten sposób pokazaliśmy implikację $K \implies C$.

Dowód implikacji $C \implies K$ przebiega nieco podobnie. Zakładamy prawdziwość zasady $C$ i znów uprawiamy *reductio ad absurdum*. Jeśli nasza teza (czyli zasada $K$) nie jest prawdziwa, to istnieje urządzenie przedstawione jako czarne koło na rysunku 1b. Posługując się maszyną C (działającą w odwróconym cyklu), zbudować możemy schemat z rysunku 1b, którego jedynym efektem działania jest przekazywanie ciepła od chłodnicy do grzejnika. Złamaliśmy zatem zasadę $C$ (wbrew założeniu, które na początku poczyniliśmy). Mamy zatem implikację $C \implies K$ i w konsekwencji równoważność $K \iff C$.

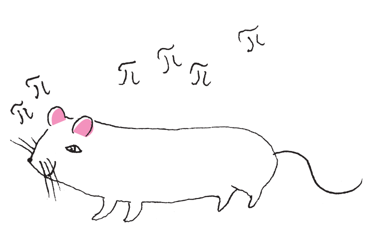
Wychodząc od zasady zachowania energii i zasady Kelvina (oraz konceptu empirycznej temperatury), zbudować można w gruncie rzeczy całą termodynamikę. Zobaczmy teraz, jak posługując się językiem maszyn, dotrzeć do drugiej zasady w ujęciu, które dziś można by uznać za standardowe. Przyda się do tego bardzo konkretne urządzenie, mianowicie znajomy silnik Carnota (działający w sposób odwracalny). Przypomnijmy, że urządzenie takie wymaga dwóch zbiorników cieplnych: grzejnika i chłodnicy, o temperaturach odpowiednio $T_>$ i $T_<$. Jego cykl składa się z czterech procesów: (i) izotermicznego rozprężania w $T = T_>$ (czemu towarzyszy pobranie ciepła od grzejnika); (ii) adiabatycznego

*Przemiana izotermiczna* (np. sprężanie lub rozprężanie izotermiczne) to przemiana zachodząca przy określonej, stałej temperaturze. Stała temperatura układu może być wymuszana poprzez kontakt termiczny z wyidealizowanym zbiornikiem (o stałej temperaturze), z którym układ wymienia ciepło.

*Przemiana adiabatyczna* (np. adiabatyczne sprężanie lub rozprężanie) to proces termodynamiczny, podczas którego izolowany układ nie wymienia ciepła z otoczeniem, lecz całość energii jest dostarczana lub odbierana z niego jako praca.




Rys. 2. Cykl Carnota na diagramie $pV$ pokazującym zależność ciśnienia gazu od objętości:
$1 \to 2$ izotermiczne rozprężanie (układ pobiera ciepło),
$2 \to 3$ adiabatyczne rozprężanie (układ wykonuje pracę),
$3 \to 4$ izotermiczne sprężanie (układ oddaje ciepło),
$4 \to 1$ adiabatyczne sprężanie (praca jest wykonywana nad układem).
Całkowita praca, jaką w takim cyklu udaje się uzyskać z układu, jest równa polu obszaru ograniczonego krzywymi reprezentującymi cykl



rozprężania; (iii) izotermicznego sprężania w kontakcie z chłodnicą w $T = T_<$, któremu towarzyszy oddawanie ciepła do chłodnicy, (iv) oraz adiabatycznego sprężania do osiągnięcia stanu wyjściowego. Zakładamy, że operacje te możemy również przeprowadzić w przeciwnym kierunku.

Znana jest taka właściwość silnika Carnota, że stosunek ciepła pobranego ($Q_1$) do ciepła oddanego ($-Q_2$) zależy jedynie od temperatur $T_1$ i $T_2$ i wynosi $-Q_1/Q_2 = T_1/T_2$. Nadmienić można, że fakt ten służy do zdefiniowania temperatury absolutnej w fenomenologicznej konstrukcji termodynamiki (ale o tym może innym razem). Mamy więc dla rozpatrywanego silnika własność $\sum Q_i/T_i = 0$. Pokażemy teraz podobny wynik dla dowolnego cyklu odwracalnego oraz ważną nierówność przypisywaną Clausiusowi. Uprawiając konsekwentnie toporną logikę doskonale naoliwionych (funkcjonujących potencjalnie w sposób odwracalny) maszyn, rozpatrujemy dowolne urządzenie $U$ działające w sposób cykliczny. W każdym z „infinitezymalnych elementów" składających się na cykl praca jest wykonywana przez układ bądź nad układem i doprowadzane (bądź odprowadzane) jest ciepło. Wyobrażamy sobie teraz, że każdy element ciepła ($q$) przekazywany jest do (bądź z) układu przez pomocniczy układ $U'$ o temperaturze $T$. Ponadto $U'$ jest silnikiem Carnota mogącym działać pomiędzy temperaturą $T$ i (ustaloną) temperaturą zbiornika $T_0$. Infinitezymalny element cyklu traktujemy więc jako następującą procedurę: (i) $U$ jest w danym stanie, $U'$ w stanie o temperaturze $T_0$; (ii) przeprowadzamy $U'$ adiabatycznie (odwracalnie) do $T$; (iii) $U$ wykonuje element cyklu, absorbując ciepło $q$ od $U'$, $U'$ podąża wzdłuż izotermy odpowiadającej $T$; (iv) $U'$ podlega adiabatycznej (odwracalnej) przemianie do temperatury $T_0$, a następnie jest sprężony (bądź rozprężony) do osiągnięcia stanu wyjściowego. Zauważamy teraz, że skoro w naszym infinitezymalnym procesie $U'$ oddał w kroku (iii) ciepło $q$, to musi w kroku (iv) pobrać ciepło $qT_0/T$. W trakcie całego cyklu układu $U$ ciepło pobrane ze zbiornika wynosi zatem $T_0 \oint q/T$ (gdzie całka przebiega po cyklu układu $U$). Zauważamy teraz, że po wykonaniu pełnego cyklu układy $U$ oraz $U'$ znalazły się w swoich stanach wyjściowych, a zatem ich energia (która jest funkcją stanu) nie zmieniła się. Ciepło $T_0 \oint q/T$ pobrane ze zbiornika musiało zatem zamienić się w pracę wykonaną w trakcie realizacji cyklu. Ale powołując się teraz na zasadę Kelvina, stwierdzamy, że nie może ono być dodatnie, a zatem

$$\oint q/T \leqslant 0. \tag{1}$$

Jest to słynna nierówność Clausiusa. Podkreślmy, że otrzymaliśmy ją, posługując się zasadą Kelvina i bardzo szczególną maszyną cieplną (odwracalnym silnikiem Carnota). Jeżeli dodatkowo cykl układu $U$ jest odwracalny, to powtarzając powyższe rozumowanie „w drugim kierunku" (biorąc $q \to -q$), dostaniemy

$$-\oint q/T \leqslant 0, \tag{2}$$

co nieuchronnie prowadzi (dla cykli odwracalnych) do równości

$$\oint q/T = 0 \tag{3}$$

i wniosku, że dla dowolnych dróg łączących stany $A$ i $B$ całka $\int_A^B q/T$ nie zależy od drogi. Możemy więc zdefiniować pewną funkcję $S$ następującym wzorem:

$$S_B = S_A + \int_A^B q/T, \tag{4}$$

gdzie $A$ jest pewnym ustalonym stanem, dla którego wartość $S_A$ możemy przyjąć dowolnie. Wartość $S_B$ dla dowolnego innego stanu jest już jednoznacznie zadana powyższym wzorem, ponieważ całka nie zależy od drogi. Tak zdefiniowana funkcja $S$ jest więc funkcją stanu (wyznaczoną z dokładnością do stałej, ze względu na dowolność wartości $S_A$). Konkluzję tę można też bardziej formalnie wyrazić następująco: z niezależności całki od drogi wynika, że forma $q/T$ jest różniczką zupełną, a zatem istnieje funkcja stanu $S$ taka, że $dS = q/T$ i dla dowolnych stanów $A$ i $B$ zachodzi równość (4).