



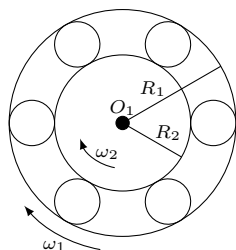
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Rozwiązania zadań z numeru 3/2020

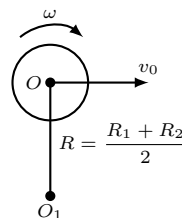
Przypominamy treść zadań:

694. Statek napędzany jest za pomocą silnika – „miotacza wody”, który wyrzuca z rufy strumień wody z prędkością u . Masa wody pobieranej z rzeki i wyrzucanej w jednostce czasu wynosi μ . Przy jakiej prędkości statku sprawność silnika jest maksymalna? Siłę tarcia i opór wody należy zaniedbać.

695. Rysunek 1 przedstawia przekrój łożyska kulkowego. Promienie pierścieni zewnętrznego i wewnętrznego wynoszą odpowiednio R_1 i R_2 , a ich prędkości kątowe ω_1 i ω_2 . Opisać ruch jednej z kulek, jeżeli nie występuje poślizg między pierścieniami i kulkami.



Rys. 1



Rys. 2

694. Całkowita praca W wykonana przez silnik w małym przedziale czasu Δt , równa jest energii kinetycznej wody wyrzucanej w tym czasie z rufy statku:

$$W = (\mu\Delta t) u^2 / 2.$$

Praca użyteczna wykonana w tym samym czasie równa jest zmianie energii kinetycznej statku:

$$W_1 = M(v + \Delta v)^2 / 2 - Mv^2 / 2,$$

gdzie M jest masą statku, a v wartością jego prędkości. Zaniedbując kwadrat małego przyrostu prędkości $(\Delta v)^2$, otrzymujemy: $W_1 = Mv\Delta v$. Ponieważ siły tarcia i oporu wody są zaniedbywalne, możemy skorzystać z zasady zachowania pędu: $M(v + \Delta v) - Mv = \mu\Delta t(u - v)$. Stąd

$$W_1 = Mv\Delta v = \mu\Delta t(u - v)v.$$

Sprawność silnika dana jest wzorem

$$\eta = \frac{W_1}{W} = \frac{2(u - v)v}{u^2}.$$

Wyrażenie to osiąga maksimum dla prędkości $v = u/2$.

695. Ruch dowolnej kulki można przedstawić jako złożenie ruchu postępowego z prędkością v_O po okręgu o środku w O_1 (przy czym promień okręgu, po którym porusza się środek kulki O , wynosi $R = (R_1 + R_2) / 2$) oraz obrotu wokół własnego środka z prędkością kątową ω (rys. 2). Dlatego prędkość punktu styczności kulki z pierścieniem zewnętrznym wynosi $v_1 = v_O + \omega r$, a z wewnętrznym $v_2 = v_O - \omega r$, gdzie $r = (R_1 - R_2) / 2$ jest promieniem kulki.

W wypisanych związkach znaki są zgodne z przyjętymi na rysunku 2 kierunkami prędkości v_O i ω .

Nie występuje poślizg, zatem $v_1 = \omega_1 R_1$ oraz $v_2 = \omega_2 R_2$. Stąd

$$v_O = (\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2) / 2, \quad \omega = (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) / (2r).$$

Środek kulki obraca się wokół środka łożyska z prędkością kątową

$$\omega_O = \frac{v_O}{R} = \frac{\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl.