wszystkie nierówności stają się równościami; więc gdy $2a + 2b + 3c + 2d = 6$ oraz

$$\sqrt{R(a,b,c)Q(a,b,c)} = 2^{-3/4}(a+b+c), \qquad \sqrt{R(b,c,d)Q(b,c,d)} = 2^{-3/4}(b+c+d),$$
$$\sqrt{R(a,c,d)Q(a,c,d)} = 2^{-3/4}(a+c+d),$$

przy czym te trzy wartości też muszą być równe(!). To wymusza równości $a = b = d$ oraz $6a + 3c = 6$. Ponadto – oznaczając krótko $R(a,b,c) = R(b,c,d) = R(a,c,d) = R$ (i podobnie Q) – musimy mieć równość $R^2 = 2Q^2$ (do takiej pary też była stosowana nierówność między średnimi) – czyli $2a^2 + c^2 = 4ac + 2a^2$. Wraz z równością $6a + 3c = 6$ daje to alternatywę: $a = 1$, $c = 0$ lub $a = \frac{1}{3}$, $c = \frac{4}{3}$. Dla czwórek $(a,b,c,d) = (1,1,0,1)$ oraz $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{1}{3})$ wyznaczone oszacowanie $W \geqslant 3/\sqrt{2}$ przechodzi w równość. Zatem szukane minimum wynosi $3/\sqrt{2}$.

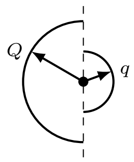
Klub 44 F

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VII 2020

Zadania z fizyki nr 698, 699

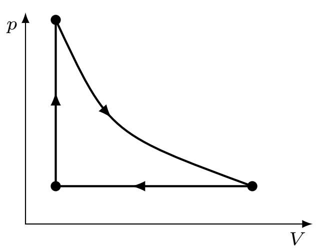
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

698. Znaleźć siły oddziaływania dwóch nieprzewodzących półsfer o promieniach R i r, naładowanych odpowiednio ładunkami Q i q, rozłożonymi równomiernie na powierzchniach półsfer. Środki półsfer oraz płaszczyzny ich maksymalnych przekrojów pokrywają się (rys. 1).



Rys. 1

699. Cykl termodynamiczny składa się z izotermy, izobary oraz izochory (rys. 2). Gaz poddawany przemianom jest doskonały, jednoatomowy. Na izotermie gaz pobiera ciepło Q_{12}, na izobarze wykonana zostaje nad nim praca W_{23}. Oblicz sprawność cyklu.

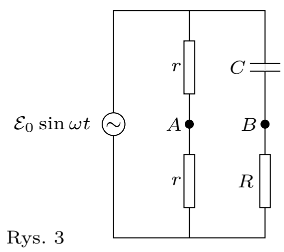


Rys. 2

Rozwiązania zadań z numeru 1/2020

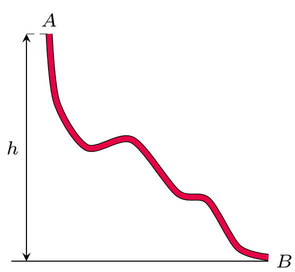
Przypominamy treść zadań:

690. Jak zależy amplituda napięcia między punktami A i B, w obwodzie przedstawionym na rysunku 3, od oporu R?



Rys. 3

691. Elastyczna rurka o długości l łączy w przestrzeni punkty A i B. Różnica wysokości między tymi punktami wynosi h (rys. 4). Wewnątrz rurki wzdłuż całej jej długości leży sznurek, który przytrzymywany jest w punkcie A. Z jakim przyspieszeniem zacznie poruszać się sznurek w pierwszej chwili po jego oswobodzeniu? Tarcie między sznurkiem a ściankami rurki zaniedbujemy.

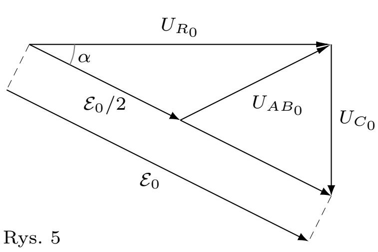


Rys. 4

690. Natężenie prądu płynącego przez kondensator i opornik R jest równe $I = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$, gdzie $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\omega CR}$.

Z warunku $I = \frac{dQ}{dt}$ otrzymujemy napięcie na kondensatorze $U_C = \frac{Q}{C} = U_{C_0} \sin(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2})$. Jest ono przesunięte w fazie o kąt $\frac{\pi}{2}$ względem napięcia na oporniku $U_R = U_{R_0} \sin(\omega t + \alpha)$.

Na diagramie wektorowym (rys. 5) wektory napięć $\mathbf{U}_R$ oraz $\mathbf{U}_C$ są prostopadłe, a ich suma jest wektorem o wartości $\mathcal{E}_0$. Napięcie na każdym z oporników r wynosi $U_r = \frac{\mathcal{E}_0 \sin \omega t}{2}$. Wektor napięcia między punktami A i B dany jest wzorem $\mathbf{U}_{AB} = \mathbf{U}_R - \mathbf{U}_r$. Z rysunku 5 widać, że szukana amplituda tego napięcia jest promieniem okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym, którego przeciwprostokątna wynosi $\mathcal{E}_0$. Zatem $U_{AB_0} = \frac{\mathcal{E}_0}{2}$ i nie zależy od wartości oporu R.



Rys. 5

691. Niech Δl oznacza przesunięcie sznurka w bardzo małym przedziale czasowym po rozpoczęciu ruchu, a v osiągniętą w tym czasie prędkość. Ponieważ Δl jest małe, możemy przyjąć, że $v^2 = 2a\Delta l$, gdzie a jest przyspieszeniem wszystkich punktów sznurka w chwili rozpoczęcia ruchu.

Nie ma tarcia, więc spełniona jest zasada zachowania energii: $Mv^2/2 = \Delta E_p$, gdzie M jest masą całego sznurka, a ΔE_p zmianą jego energii potencjalnej w czasie Δt, gdy jego kawałek o długości Δl „przechodzi” z punktu A do B. Zatem $\Delta E_p = \frac{M \Delta l}{l} g h$. Szukane przyspieszenie dane jest wzorem: $a = gh/l$.

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przesyłać również pocztą elektroniczną pod adresem `delta@mimuw.edu.pl` (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`.