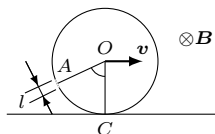


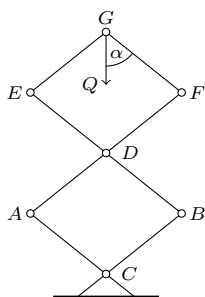
Klub 44 F



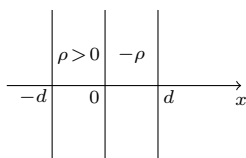
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 IV 2020



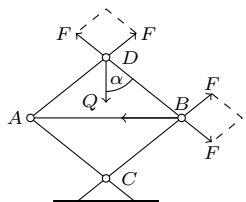
Rys. 1



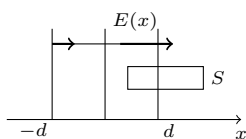
Rys. 2



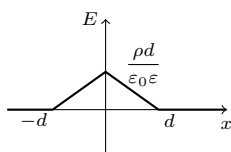
Rys. 3



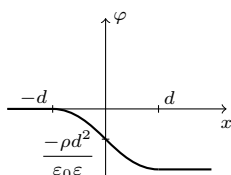
Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

Zadania z fizyki nr 692, 693

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

692. W jednorodnym polu magnetycznym, którego linie są poziome, a wartość wektora indukcji wynosi B , toczy się bez poślizgu z prędkością v cienki metalowy pierścień, w którym jest bardzo mała przerwa o długości l . Wektor B jest prostopadły do płaszczyzny pierścienia (rys. 1). Znaleźć SEM indukcji w chwili, gdy promień pierścienia trafiający w rozcięcie tworzy z pionem kąt α .

693. Cienkościenny cylinder o masie M i wysokości H , którego pole podstawy wynosi S , wypełniony jest gazem doskonałym i pływa w wodzie. W wyniku utraty hermetyczności w dolnej części cylindra, jego głębokość zanurzenia zwiększyła się o ΔH . Jakie było ciśnienie początkowe gazu w cylindrze? Ciśnienie atmosferyczne wynosi p_0 , temperatura nie zmienia się.

Rozwiązania zadań z numeru 10/2019

Przypominamy treść zadań:

684. Na rysunku 2 przedstawiony jest układ sześciu nieważkich prętów, połączonych przegubowo. Pręty AF i BE są jednorodne, z przegubem w środku. Długości odcinków AC , CB , BD , AD , DE , DF , FG i GE są jednakowe. Do przegubu G przymocowany jest ciężar Q . Znaleźć naprężenie linki łączącej przeguby A i B .

685. Znaleźć natężenie pola elektrycznego i potencjał od dwóch nieskończonych warstw dielektryka o stałej dielektrycznej ϵ , naładowanych z gęstościami objętościowymi $\rho > 0$ i $-\rho$ (rys. 3). Grubość każdej warstwy wynosi d . Przyjąć warunek brzegowy dla potencjału $\varphi(-d) = 0$.

684. Rozważmy najpierw układ przedstawiony na rysunku 4. Pręt DB jest ściskany, bo po jego usunięciu przeguby D i B zbliżałyby się do siebie. Siły sprężystości działają na przegub D wzdłuż prętów, w przeciwnym razie przegub działałby na pręt siłą, której moment powodowałby obrót pręta wokół drugiego przegubu. Z warunku równowagi sił działających na przegub D dostajemy: $F = Q/(2 \cos \alpha)$. Siły działające na przegub B też się równoważą, stąd naprężenie linki AB wynosi $N = Q \tan \alpha$. Jeśli w wyniku skrócenia linki o mały odcinek Δl ciężar Q w układzie przedstawionym na rysunku 4 podniesie się o Δh , to w układzie przedstawionym na rysunku 2 podniesie się on o $2\Delta h$. W obu przypadkach musimy wykonać pracę na drodze Δl siłą równą naprężeniu linki, co spowoduje wzrost energii potencjalnej ciężaru Q . Szukane naprężenie linki w układzie przedstawionym na rysunku 2 dane jest wzorem $N_2 = 2Q \tan \alpha$.

685. Zgodnie z prawem Gaussa natężenie pola elektrycznego na zewnątrz warstw wynosi 0. Wewnątrz warstw linie pola elektrycznego skierowane są zgodnie z osią x , a natężenie pola elektrycznego ma największą wartość dla $x = 0$. Stosując prawo Gaussa dla powierzchni zamkniętej w kształcie prostopadłościanu, którego przekrój przedstawiony jest na rysunku 5, a powierzchnia podstawy wynosi S , otrzymujemy równanie:

$$-E(x)S = -\rho S(d-x)/\epsilon_0\epsilon, \text{ stąd } E(x) = \rho(d-x)/\epsilon_0\epsilon \text{ dla } x \geq 0;$$

analogicznie: $E(x) = \rho(d+x)/\epsilon_0\epsilon$ dla $x < 0$. Zależność wartości wektora natężenia pola elektrycznego od współrzędnej x przedstawia wykres na rysunku 6. Różnica potencjałów między dwoma punktami równa jest pracy pola elektrycznego nad jednostkowym ładunkiem, wziętej ze znakiem minus. Pracę tę możemy policzyć jako pole pod wykresem na rysunku 7.

Dla $-d \leq x \leq 0$ mamy:

$$\varphi(x) - \varphi(-d) = -E(x)(-d-x)/2.$$

Zgodnie z unormowaniem $\varphi(-d) = 0$ otrzymujemy:

$$\varphi(x) = \rho(d+x)^2/(2\epsilon_0\epsilon), \quad \varphi(0) = \rho d^2/(2\epsilon_0\epsilon).$$

Dla $0 \leq x \leq d$ otrzymujemy:

$$\varphi(x) - \varphi(0) = x(E(0) + E(x))/2,$$

stąd $\varphi(x) = -\rho(d^2 + 2xd - x^2)/(2\epsilon_0\epsilon)$. Wykres funkcji $\varphi(x)$ przedstawiony jest na rysunku 7.

Lista uczestników ligi zadaniowej
Klubu 44F
po zakończeniu
roku szkolnego 2018/19
(po 681 zadaniach)

Tomasz Rudny	-	40,98
Michał Koźlik	-	4-35,04
Jacek Konieczny	-	29,80
Ryszard Woźniak	-	28,77
Krzysztof Magiera	-	3-27,75
Aleksander Surma	-	4-27,75
Paweł Perkowski	-	2-27,33
Mateusz Kapusta	-	25,37
Sławomir Buć	-	18,33
Jerzy Witkowski	-	3-16,83
Jacek Greła	-	13,91

Lista obejmuje uczestników, którzy przysłali co najmniej jedno rozwiązanie zadania z roczników 2016–2018 oraz mają w bieżącej punktacji na swoim koncie co najmniej 13 punktów. Cyfra przed kreską wskazuje, ile razy uczestnik zdobył już 44 punkty.

Najwyższy współczynnik trudności ($WT = 3,77$) miało zadanie **673** z termodynamiki, w którym następowały skokowe zmiany ciśnienia na zewnątrz cylindra izolowanego cieplnie od otoczenia. Należało znaleźć temperaturę końcową. Procesy były nieodwracalne i nie można było stosować prawa przemiany adiabatycznej kwazistacjonarnej: $V^k = \text{const}$. Podobny problem pojawiał się już we wcześniejszych zadaniach klubu i była bardzo ciekawa, jak to zadanie wypadnie. W pełni poprawne rozwiązanie nadesłał **Tomasz Wietecha**, pozostałe rozwiązania ocenione zostały na zero punktów.

Najwięcej (osiem) rozwiązań bez żadnej usterki nadesłali w tym roku Jan Zambrzycki i Tomasz Wietecha. Wyróżnił się również **Mateusz Kapusta**, który ma na swoim koncie

Podsumowanie ligi zadaniowej Klub 44F w roku szkolnym 2018/19

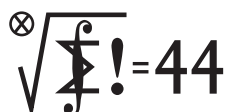
W ubiegłym roku próbowałam zrealizować pomysł, żeby w każdej serii zadań jedno było łatwiejsze, a drugie trudniejsze. Celem było zachęcenie do udziału w tej zabawie oraz wypromowanie uczestników, którzy poradzą sobie z trudniejszymi zadaniami. Ale pomysły sobie, a życie sobie. Kilka razy zdarzyło się, że zadanie, które uznałam za łatwe, uzyskało wysoki współczynnik trudności i odwrotnie. Takim zaskoczeniem było zadanie **679** ($WT = 3,25$). Zderzały się w nim sprężyste, niecentralnie dwa krążki hokejowe, z których jeden początkowo spoczywał. Zakładając brak tarcia, należało znaleźć maksymalną część energii układu, która podczas zderzenia przechodzi w energię sprężystości. Prawie wszyscy uczestnicy uznali, że cała energia ruchu wzdłuż prostej przechodzącej przez środki krążków zamieni się na energię sprężystości, podczas gdy w chwili maksymalnego odkształcenia prędkości krążków w tym kierunku wyrównują się. Zaskoczyło mnie również zadanie **675** ($WT = 3,33$), w którym trzy jednakowe, jednakowo naładowane kulki połączone nieprzewodzącymi niciami, tworzącymi trójkąt prostokątny. Należało znaleźć przyspieszenia kulek natychmiast po przecięciu nici na przeciwprostokątnej trójkąta. Tu zdecydowana większość uczestników uznała, że przyspieszenie kulki na przecięciu prostokątnych nici wynosi zero, tymczasem na układ kulek na przyprostokątnej działa wzdłuż nici niezrównoważona siła zewnętrzna i ich przyspieszenia w tym kierunku są jednakowe. Autorem jedynych poprawnych rozwiązań w obu przypadkach był **Jan Zambrzycki**. Niemniej jednak pomysł sprawdził się o tyle, że pojawili się nowi uczestnicy ligi, a wśród nich uczniowie.

pięć bezbłędnych rozwiązań, a w przypadku trzech zadań były to jedyne w pełni poprawne rozwiązania. Chodzi o zadania **663** ($WT = 3,13$), które było połączeniem elektrostatyki i mechaniki, oraz **668** ($WT = 3,06$) i **670** ($WT = 2,35$), oba z optyki. Niektórzy uczestnicy klubu, mają wyraźne preferencje do wybranych tematów, inne wychodzą im nieco gorzej albo omijają ją szerokim łukiem.

Trzech klubowiczów przekroczyło limit 44 punktów: Tomasz Wietecha po raz 14(!), Marian Łupieżowicz i Jan Zambrzycki po raz drugi.

Na koniec prośba do uczestników klubu, którzy przysyłają skany ręcznie pisanych rozwiązań, żeby były one pisane w miarę czytelnie i na neutralnym tle.

Klub 44 M



Termin nadsyłania rozwiązań: 30 IV 2020

Zadania z matematyki nr 795, 796

Redaguje Marcin E. KUCZMA

795. Ciąg x_0, x_1, x_2, \dots jest określony rekurencyjnie: $x_0 = 1$, $x_1 = 1/\sqrt{2}$,

$$x_{n+1} = x_n \sqrt{\frac{x_{n-1} + x_n}{2x_{n-1}}} \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

Uzasadnić zbieżność i wyznaczyć granicę tego ciągu.

796. Dane są liczby całkowite $m > n > 1$, przy czym m jest liczbą parzystą. Udowodnić, że równanie

$$x^m + y^m = (x + y)^n$$

ma rozwiązanie w liczbach całkowitych dodatnich x, y wtedy i tylko wtedy, gdy $n - 1$ dzieli się przez $m - n$.

Zadanie 796 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

Rozwiązania zadań z numeru 10/2019

Przypominamy treść zadań:

787. Niech M będzie dowolnym niepustym skończonym zbiorem liczb całkowitych. Dowieść, że można ustawić elementy zbioru M w ciąg (x_1, \dots, x_n) tak, by dla każdej trójki wskaźników $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$, $i < j < k$ spełniony był warunek: $x_i + x_k \neq 2x_j$.

788. Znaleźć największą liczbę t , dla której nierówność

$$(a^2b + b^2c + c^2a) + (ab^2 + bc^2 + ca^2) - 3abc \geq t(a + b + c)^3$$

zachodzi dla każdej trójki liczb dodatnich a, b, c , będących długościami boków trójkąta.