

Klub 44 F



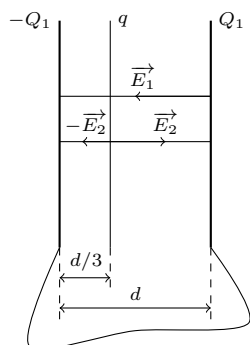
Rozwiązania zadań z numeru 4/2019

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Przypominamy treść zadań:

676. Między zwartymi drutem okładkami nienaładowanego kondensatora płaskiego znajduje się punktowy ładunek q . Powierzchnia okładek jest bardzo duża, efekty brzegowe możemy zaniedbać. Odległość ładunku od jednej z okładek jest równa $d/3$, gdzie d jest odległością między okładkami. Jaki ładunek przepłynie przez przewodnik zwierający okładki, gdy ładunek q zostanie przesunięty w miejsce wewnątrz kondensatora, odległe o $d/3$ od drugiej okładki?

677. Oszacuj, jaki musi być minimalny promień planety, aby mogła ona utrzymać atmosferę składającą się głównie z tlenu i azotu, jeśli temperatura powierzchni planety $T = 300$ K. Średnia gęstość planety $\rho = 4 \cdot 10^3$ kg/m³.



676. Ponieważ okładki kondensatora są bardzo duże, wartość indukowanych na nich ładunków nie zmienia się podczas przemieszczania ładunku q równoległe do okładek (zmienia się tylko ich rozkład). Oznacza to, że wartość ładunków indukowanych nie zmieni się również wtedy, gdy ładunek q zostanie równomiernie „rozmaźany” na powierzchni równoległej do okładek kondensatora (rysunek). Ładunki Q_1 i $-Q_1$ wytwarzają między okładkami kondensatora jednorodne pole o natężeniu $E_1 = Q_1/(\epsilon_0 S)$, gdzie S jest powierzchnią okładek. Płaszczyzna wewnątrz kondensatora naładowana ładunkiem q wytwarza pole o natężeniu $E_2 = q/(2\epsilon_0 S)$. Napięcie między płaszczyzną naładowaną ładunkiem q a lewą okładką wynosi $U_1 = (E_1 + E_2)d/3$, napięcie między tą samą płaszczyzną i prawą okładką $U_2 = 2d(E_2 - E_1)/3$. Jednocześnie napięcie między okładkami zwartego kondensatora wynosi 0, stąd $U_1 = U_2$, $3E_1 = E_2$, $Q_1 = q/6$. Analogicznie ładunek na prawej okładce po przesunięciu ładunku q w położenie końcowe jest równy $Q'_1 = -q/6$. Szukany ładunek przepływający między okładkami kondensatora podczas przemieszczania ładunku punktowego q dany jest wzorem $\Delta q = Q_1 - Q'_1 = q/3$.

677. Cząsteczka wchodząca w skład atmosfery jest utrzymywana w bezpośrednim sąsiedztwie planety, gdy jej energia całkowita spełnia warunek $\frac{m}{2} \langle v^2 \rangle - \frac{GmM}{r} \leq 0$, gdzie m jest masą cząsteczki, $\langle v^2 \rangle$ średnim kwadratem jej prędkości, G stałą grawitacji, M masą planety oraz r jej promieniem. Korzystając ze związku między masą a gęstością planety, otrzymujemy następujące oszacowanie:

$$\langle v^2 \rangle \approx \frac{8\pi}{3} G \rho r^2_{min}$$

Z drugiej strony, średni kwadrat prędkości cząsteczki gazu związany jest z jego temperaturą T zależnością $\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m} = \frac{3RT}{\mu}$, gdzie k jest stałą Boltzmanna, R stałą gazową, μ masą molową gazu. Stąd

$$r_{min} \approx \sqrt{\frac{9RT}{8\pi G \rho \mu}}$$

Ponieważ masa molowa azotu jest mniejsza od masy molowej tlenu, w celu naszego oszacowania możemy przyjąć, że atmosfera składa się tylko z azotu, którego masa molowa $\mu_N = 28$ g/mol. Ostatecznie $r_{min} \approx 300$ km.

Powyższe oszacowanie uwzględnia jedynie wartość średniej kwadratu prędkości. W rzeczywistości cząsteczki gazu poruszają się z różnymi prędkościami (rozkład Maxwella), co oznacza, że część cząsteczek ma prędkości powyżej średniej i te będą mogły uciec od planety o minimalnym wyznaczonym powyżej promieniu. W bardziej dokładnym oszacowaniu poszukiwany minimalny promień będzie więc większy.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 670 (WT = 2,35), 671 (WT = 1,75) 672 (WT = 2,35), 673 (WT = 3,77) z numerów 1/2019 i 2/2019

Marian Łupieżowiec	Gliwice	44,03
Tomasz Rudny	Poznań	40,98
Jan Zambrzycki	Białystok	39,90
Tomasz Wietecha	Tarnów	38,43
Krzysztof Magiera	Łosiów	31,73
Jacek Konieczny	Poznań	29,80
Mateusz Kapusta	Wrocław	29,09
Ryszard Woźniak	Kraków	28,77
Michał Koźlik	Gliwice	27,47

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl.