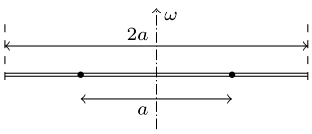
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

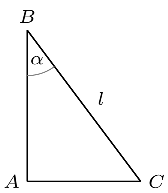
Przypominamy treść zadań:

674. Nieważki poziomy pręt o długości $2a$ może obracać się swobodnie wokół pionowej osi przechodzącej przez jego środek (rys. 1). Na pręt nawleczone są dwie jednakowe kulki, które mogą przemieszczać się wzdłuż pręta bez tarcia i odbijać się sprężyście od odbojników na jego końcach. Na początku kulki umocowane są w odległościach $a/2$ od osi obrotu. Pręt rozkręcono do prędkości kątowej ω_0, po czym kulki jednocześnie oswobodzono. Po jakich torach będą poruszać się kulki? Po jakim czasie pręt wykona pełny obrót? Jaka jest zależność prędkości kątowej pręta od czasu? Rozmiary kulek są dużo mniejsze od długości pręta.

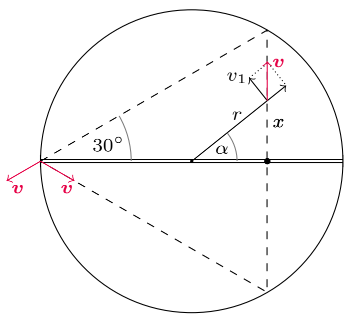
675. Trzy jednakowe naładowane kulki połączone są nieprzewodzącymi nićmi, które tworzą trójkąt prostokątny ABC (rys. 2). Kąt ABC jest równy α, bok BC ma długość l. Z jakimi przyspieszeniami zaczną poruszać się kulki po przecięciu nici BC? Masa kulki jest równa m, ładunek każdej z nich wynosi q. Sił ciężkości nie uwzględniamy.



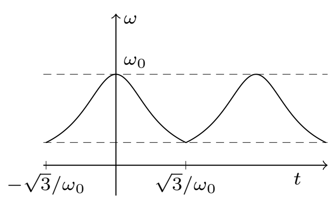
Rys. 1



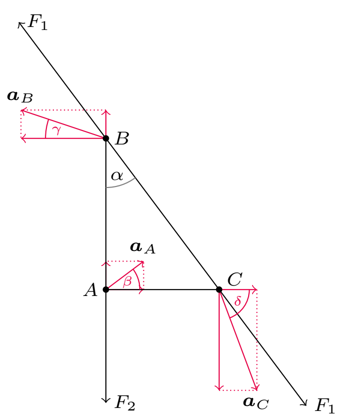
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

674. Dzięki symetrii początkowych położeń i prędkości, kulki przez cały czas znajdować się będą w punktach symetrycznie położonych względem osi obrotu oraz będą miały symetryczne prędkości. Ponieważ pręt jest nieważki, nie występują siły prostopadłe do niego, leżące w płaszczyźnie poziomej. Nie ma tarcia, wobec tego wzdłuż pręta na kulki również nie działają żadne siły i między kolejnymi zderzeniami z końcami prętów kulki poruszają się względem Ziemi ruchem jednostajnym prostoliniowym (rys. 3) z prędkością $v = \omega_0 a/2$. Podczas zderzenia z odbojnikiem składowa pędu kulki prostopadła do pręta nie zmienia się. Zderzenie jest sprężyste, zatem kąty padania i odbicia są sobie równe i wynoszą $\pi/6$. Torem ruchu każdej z kulek jest trójkąt równoboczny o boku $l = a\sqrt{3}$. Pręt wykona pełny obrót w czasie $T = 3l/v = 6\sqrt{3}/\omega_0$. Prędkość kątowa pręta dana jest wzorem $\omega = v_1/r$, promień r spełnia równanie $r^2 = a^2/4 + x^2$, gdzie $x = vt$, a v_1 jest składową prędkości v prostopadłą do promienia. Z rysunku 3 widać, że zachodzi związek $v_1/v = a/\left(2r\right)$. Szukana zależność prędkości kątowej pręta od czasu dana jest wzorem

$$\omega = \frac{\omega_0}{(1+\omega_0^2 t^2)} \qquad \text{dla } -\sqrt{3}/\omega_0 \leqslant t \leqslant \sqrt{3}/\omega_0.$$

W chwili $t = \sqrt{3}/\omega_0$ następuje zderzenie z odbojnikiem i cykl się powtarza (rys. 4).

675. Wprowadźmy prostokątny układ współrzędnych XY jak na rysunku 5. Ponieważ kulki A i C połączone są nicią, mają wzdłuż osi X jednakowe przyspieszenia. Na układ tych kulek działają siły F_1 i F_2. F_1 jest siłą oddziaływania elektrycznego między kulkami B i C, F_2 jest wypadkową siły Coulomba między kulkami A i B oraz siły naprężenia nici AB i nie ma składowej wzdłuż osi X. Równanie ruchu układu wzdłuż osi X ma postać:

$$2ma_x = F_1 \sin\alpha,$$

stąd rzuty przyspieszeń kulek A i C na oś X są równe

$$a_x^A = a_x^C = a_x = \frac{kq^2}{2ml^2}\sin\alpha,$$

gdzie $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Analogicznie dla układu kulek A i B, również połączonych nicią,

$$a_y^A = a_y^B = a_y = \frac{kq^2}{2ml^2}\cos\alpha.$$

Wartość przyspieszenia kulki A jest równa:

$$a^A = \sqrt{(a_x^A)^2 + (a_y^A)^2} = \frac{kq^2}{2ml^2}.$$

Wektor a^A tworzy z osią X kąt β taki, że $\operatorname{tg}\beta = a_y^A/a_x^A = \operatorname{ctg}\alpha$. Równanie ruchu kulki B w kierunku osi X ma postać $ma_x^B = F_1\sin\alpha$. Stąd:

$$a^B = \frac{kq^2}{2ml^2}\sqrt{1+3\sin^2\alpha} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\alpha.$$

Analogicznie dla kulki C otrzymujemy: $a_y^C = F_1\cos\alpha/m$,

$$a^C = \frac{kq^2}{2ml^2}\sqrt{1+3\cos^2\alpha} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg}\delta = 2\operatorname{ctg}\alpha.$$