Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

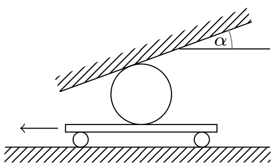
Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przesyłać również pocztą elektroniczną pod adresem `delta@mimuw.edu.pl` (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VIII 2019

Zadania z fizyki nr 680, 681

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



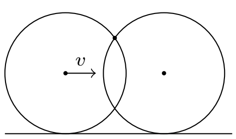
Rys. 1

680. Walec o masie M znajduje się między ruchomą poziomą platformą i nieruchomą powierzchnią nachyloną do poziomu pod kątem α (rys. 1). Współczynnik tarcia walca o platformę wynosi μ_1, a o powierzchnię nachyloną μ_2. Jaką minimalną siłę trzeba przyłożyć do platformy, aby walec nie obracał się, a platforma poruszała się w lewo ruchem jednostajnym?

681. Na powierzchnię szkła naniesiono cienką warstwę materiału, którego współczynnik załamania $n = 4/3$ jest mniejszy od współczynnika załamania szkła. Jaka może być najmniejsza grubość tej warstwy, aby przy prostopadłym padaniu światła białego długości fali $\lambda_1 = 700$ nm oraz $\lambda_2 = 420$ nm w świetle odbitym były jednocześnie maksymalnie wygaszone?

Rozwiązania zadań z numeru 2/2019

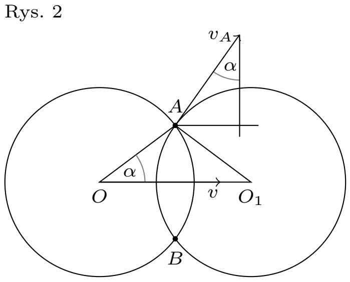
Przypominamy treść zadań:



Rys. 2

672. Na poziomej powierzchni stoi cienka obręcz o promieniu R. Mija ją ze stałą prędkością v taka sama obręcz (rys. 2). Obręcze przylegają do siebie. Znaleźć zależność prędkości górnego punktu „przecięcia" obręczy od odległości między ich środkami.

673. W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się w stanie równowagi n moli jednoatomowego gazu doskonałego. Tłok może przemieszczać się w cylindrze bez tarcia, cylinder i tłok są izolowane cieplnie od otoczenia. Ciśnienie zewnętrzne wynosi p_1, temperatura gazu w cylindrze T_1. W pewnej chwili ciśnienie zewnętrzne wzrasta skokowo do wartości p_2, a po ustaleniu się stanu równowagi spada skokowo do pierwotnej wartości. Znaleźć i porównać temperatury gazu w skrajnych stanach równowagi.



Rys. 3

672. Ponieważ obręcz o środku w punkcie O_1 jest nieruchoma, prędkość v_A punktu A jest w każdej chwili styczna do okręgu o środku w O_1 (rys. 3). Odcinek AB dzieli odległość $d = |OO_1|$ na dwie równe części, zatem składowa pozioma prędkości v_A ma stałą wartość $v/2$. Wektor v_A tworzy z pionem kąt α i ma długość $v_A = v/(2\sin\alpha)$. Zachodzi związek $\sin\alpha = \sqrt{1-(d/2R)^2}$ i szukana zależność ma postać

$$v_A = \frac{v}{2\sqrt{1-(d/2R)^2}}.$$

673. W stanie początkowym objętość gazu wynosi $V_1 = (nRT_1)/p_1$. Oznaczmy objętość gazu po zwiększeniu ciśnienia do p_2 i ustaleniu się równowagi przez V_2, a temperaturę w tym stanie przez T_2. Przemiana jest adiabatyczna, ale nie kwazistacjonarna, korzystamy więc z pierwszej zasady termodynamiki: $\Delta U = W$, gdzie $\Delta U = 3nR(T_2 - T_1)/2$ jest zmianą energii wewnętrznej, a praca wykonana nad gazem jest dodatnia i wynosi $W = p_2(V_1 - V_2) = nR(p_2T_1/p_1 - T_2)$. Stąd temperatura w stanie równowagi po sprężeniu gazu wynosi

$$T_2 = \frac{2p_2 + 3p_1}{5p_1}T_1.$$

Oznaczając objętość końcową przez V_3, a temperaturę przez T_3 i ponownie korzystając z pierwszej zasady termodynamiki oraz równań Clapeyrona, otrzymujemy równanie: $3nR(T_3 - T_2)/2 = p_1(V_2 - V_3) = nR(p_1T_2/p_2 - T_3)$. Stąd temperatura w stanie końcowym dana jest wzorem

$$T_3 = T_1 + \frac{6(p_2-p_1)^2}{25p_1p_2} > T_1.$$

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 666 ($WT = 3{,}05$), 667 ($WT = 2{,}40$) 668 ($WT = 3{,}06$), 669 ($WT = 1{,}45$) z numerów 11/2018 i 12/2018

Marian Łupieżowiec	Gliwice	41,74
Tomasz Rudny	Poznań	40,29
Jan Zambrzycki	Białystok	34,68
Krzysztof Magiera	Łosiów	30,15
Jacek Konieczny	Poznań	29,80
Ryszard Woźniak	Kraków	28,77
Tomasz Wietecha	Tarnów	27,80
Aleksander Surma	Myszków	25,69
Mateusz Kapusta	Wrocław	25,37
Michał Koźlik	Gliwice	25,18