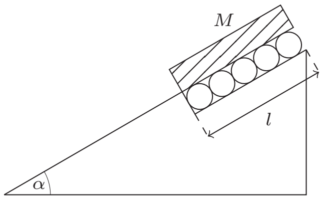
Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 2018

Zadania z fizyki nr 664, 665

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

664. Jednorodny klocek o masie M i długości l zaczyna poruszać się w dół po nachylonej płaszczyźnie tworzącej z poziomem kąt α. Początkowy odcinek o długości l nachylonej płaszczyzny wypełniają blisko siebie położone rurki o masach m i promieniach $r \ll l$, które mogą obracać się bez tarcia (rys. 1). Znaleźć zależność przyspieszenia klocka od jego przesunięcia wzdłuż płaszczyzny. Klocek nie ślizga się po rurkach.



Rys. 1

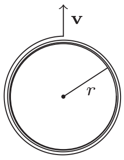
665. Równomiernie naładowaną na powierzchni, cienką płytkę z dielektryka w kształcie równoramiennego trójkąta prostokątnego, złożono na pół. Wykonana została przy tym praca W przeciw siłom pola elektrycznego. Jaką pracę trzeba wykonać, żeby ponownie złożyć na pół otrzymany trójkąt?

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 6/2018

Przypominamy treść zadań:

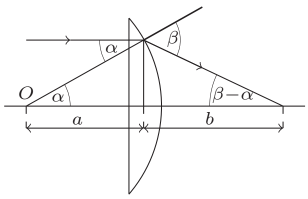
660. Soczewka płaskowypukła wykonana jest ze szkła o współczynniku załamania $n = 1,6$. Promień powierzchni wypukłej wynosi $R = 10$ cm, grubość soczewki $d = 0,2$ cm. Na powierzchnię płaską soczewki pada równolegle do jej osi optycznej wiązka światła. Gdy odsłonięta jest tylko niewielka część soczewki wokół osi optycznej, promienie ogniskują się na ekranie. Znaleźć średnicę plamki na ekranie po odsłonięciu całej soczewki.

661. Podstawa walca przytwierdzona jest do gładkiej powierzchni poziomej. Nitkę przymocowano jednym końcem do powierzchni bocznej walca przy jego podstawie o promieniu r i owinięto wokół walca k razy (k jest liczbą całkowitą). Do swobodnego końca nitki przyczepiono kulkę i nadano jej prędkość v skierowaną wzdłuż promienia walca (rys. 2). Po jakim czasie cała nitka ponownie nawinie się na walec?



Rys. 2

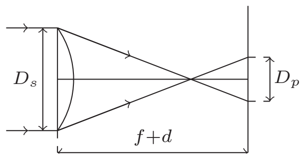
660. Rozważmy promień równoległy do osi optycznej, który po przejściu przez soczewkę pada na powierzchnię sferyczną pod kątem α i załamuje się pod kątem β (rys. 3). Odległość środka krzywizny O od punktu przecięcia promienia załamanego z osią optyczną soczewki wynosi $l = a + b$, gdzie $a = R\cos\alpha$, $b = R\sin\alpha/\operatorname{tg}(\beta-\alpha)$, $\sin\beta = n\sin\alpha$. Podstawiając, otrzymujemy



Rys. 3

$$(*) \qquad l(\alpha) = \frac{R}{\cos\alpha - \sqrt{\frac{1}{n^2} - \sin^2\alpha}}.$$

Funkcja $l(\alpha)$ maleje ze wzrostem kąta α. Gdy promień pada na koniec soczewki, kąt α jest maksymalny i spełnia równanie $\cos\alpha_{max} = 1 - d/R$. Dla podanych danych liczbowych maksymalny kąt α jest większy od kąta granicznego, zatem wszystkie promienie wiązki padające na soczewkę załamują się na jej powierzchni sferycznej (rys. 4). Skrajne promienie wiązki przecinają oś optyczną w odległości $\Delta l = l(0) - l(\alpha_{max})$ od ekranu. Zgodnie z $(*)$,



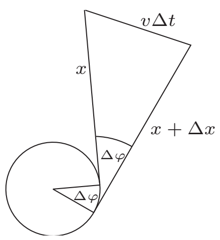
Rys. 4

$$l(0) = \frac{Rn}{n-1} = R + f,$$

gdzie $f = R/(n-1)$ jest ogniskową cienkiej soczewki płaskowypukłej. Szukana średnica plamki na ekranie dana jest wzorem

$$D_p = \frac{D_s\Delta l}{f + d - \Delta l} = 0{,}27 \text{ cm},$$

gdzie $D_s = 2\sqrt{d(2R-d)}$ jest średnicą soczewki.



Rys. 5

661. Nitka działa na kulkę siłą prostopadłą do prędkości kulki, zatem wartość prędkości kulki podczas ruchu jest stała i wynosi v. Rozważmy krótki przedział czasu Δt podczas odwijania się nitki (rys. 5). Niech x oznacza długość odwiniętej części nitki w chwili t. Po czasie Δt nitka odwinie się o dodatkowe $\Delta x = r\Delta\varphi$, a kulka przebędzie drogę $v\Delta t$. Zachodzi związek

$$rv\Delta t = x\Delta x = \frac{\Delta\left(x^2\right)}{2}.$$

Dodając wszystkie przedziały czasowe, otrzymujemy czas odwijania się nitki z walca $t_1 = l^2/(2rv)$, gdzie $l = 2\pi rk$ jest długością nitki. Zanim nitka zacznie ponownie nawijać się na walec, kulka musi przebyć drogę πl w czasie $t_2 = \pi l/v$. Czas nawijania równy jest czasowi odwijania, szukany czas całkowity to

$$t = 2t_1 + t_2 = 2\pi^2 kr\frac{2k+1}{v}.$$