Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

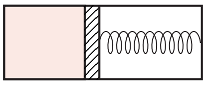
Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przesyłać również pocztą elektroniczną pod adresem `delta@mimuw.edu.pl` (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4-3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Rozwiązania zadań z numeru 4/2018

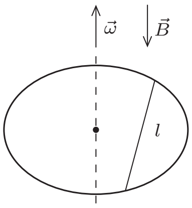
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Przypominamy treść zadań:



Rys. 1

656. Naczynie odizolowane cieplnie od otoczenia rozdzielone jest na dwie części tłokiem, który może przemieszczać się bez tarcia (rys. 1). Tłok połączony jest z prawą ścianką naczynia za pomocą sprężyny. Gdy tłok styka się z lewą ścianką naczynia, sprężyna jest nieodkształcona. W lewej części naczynia znajduje się n moli jednoatomowego gazu doskonałego, w prawej części jest próżnia. Ile ciepła musi pobrać gaz (np. od umieszczonej w naczyniu spirali grzewczej), aby jego temperatura wzrosła o ΔT? Pojemność cieplną naczynia, tłoka i sprężyny zaniedbujemy.



Rys. 2

657. Na nieprzewodzącym dysku o promieniu R umocowany jest wzdłuż cięciwy drut o długości l (rys. 2). Dysk obraca się ze stałą prędkością kątową ω. Wektor indukcji jednorodnego pola magnetycznego $\vec{B}$ skierowany jest prostopadle do dysku. Znaleźć siłę elektromotoryczną indukcji między środkiem a końcem drutu.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 650 ($WT = 3{,}74$), 651 ($WT = 3{,}49$) 652 ($WT = 2{,}8$), 653 ($WT = 2{,}86$) z numerów 1 i 2/2018

Tomasz Wietecha	Tarnów	42,97
Tomasz Rudny	Gliwice	39,04
Marian Łupieżowiec	Gliwice	38,86
Jacek Konieczny	Poznań	29,80
Ryszard Woźniak	Kraków	28,77
Krzysztof Magiera	Łosiów	28,70
Karol Łukanowski	Niemcz	23,85
Aleksander Surma	Myszków	18,96
Michał Koźlik	Poznań	17,39

656. Ciepło Q, pobrane przez gaz, powoduje przyrost ΔU jego energii wewnętrznej oraz zwiększenie energii potencjalnej sprężyny:

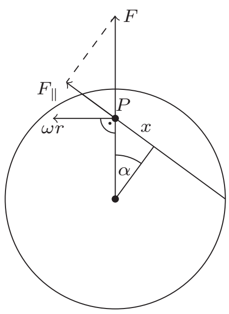
$$Q = \Delta U + k\frac{x_2^2 - x_1^2}{2},$$

gdzie k jest współczynnikiem sprężystości, a x_2 i x_1 są odkształceniami sprężyny w stanach końcowym i początkowym. Dla gazu jednoatomowego

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T.$$

Z warunków równowagi w stanach początkowym i końcowym $p_iS = kx_i$ oraz z równań Clapeyrona $p_ix_iS = nRT_i$, gdzie $i = 1, 2$, a p_i jest ciśnieniem gazu, T_i jego temperaturą, S powierzchnią tłoka, otrzymujemy związki $kx_i^2 = nRT_i$. Szukane ciepło wynosi

$$Q = 2nR\Delta T.$$



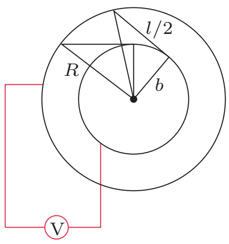
Rys. 3

657. Zadanie możemy rozwiązać, korzystając z praw magnetostatyki lub z prawa indukcji Faradaya.

a) Rozważmy punkt P w odległości x od środka drutu (rys. 3). Na swobodny elektron w tym punkcie działa siła Lorentza F, której składowa, równoległa do drutu, dana jest wzorem: $F_{\|} = eB\omega r \sin\alpha = eB\omega x$. Średnia wartość tej składowej na odcinku o długości $\frac{l}{2}$ jest równa $F_{śr} = eB\omega\frac{l}{4}$. Szukane napięcie wynosi:

$$\mathcal{E} = \frac{F_{śr}\, l}{2e} = \frac{B\omega l^2}{8}.$$

Potencjał końca drutu jest wyższy niż potencjał jego środka.



Rys. 4

b) Rozważmy odcinek drutu o długości $\frac{l}{2}$ (rys. 4), obracający się z okresem $T = \frac{2\pi}{\omega}$ między dwoma współśrodkowymi przewodzącymi okręgami o promieniach R i b, gdzie $b^2 = R^2 - \frac{l^2}{4}$. Szybkość zmian strumienia pola magnetycznego w obwodzie przedstawionym na rysunku 4 ma wartość

$$\mathcal{E} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{\pi\left(R^2 - b^2\right)B}{T} = \frac{B\omega l^2}{8}.$$