

Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delta*

Skrót regulaminu

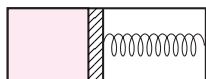
Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl



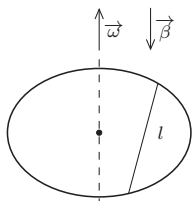
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 VI 2018

Zadania z fizyki nr 656, 657

Redaguje *Elżbieta ZAWISTOWSKA*



Rys. 1



Rys. 2

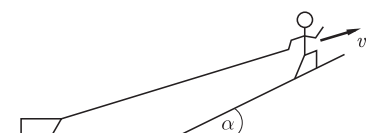
656. Naczynie odizolowane cieplnie od otoczenia rozdzielone jest na dwie części tłokiem, który może przemieszczać się bez tarcia (rys. 1). Tłok połączony jest z prawą ścianką naczynia za pomocą sprężyny. Gdy tłok styka się z lewą ścianką naczynia, sprężyna jest nieodkształcona. W lewej części naczynia znajduje się n moli jednoatomowego gazu doskonałego, w prawej części jest próżnia. Ile ciepła musi pobrać gaz (np. od umieszczonej w naczyniu spirali grzewczej), aby jego temperatura wzrosła o ΔT ? Pojemność cieplną naczynia, tłoka i sprężyny zaniedbujemy.

657. Na nieprzewodzącym dysku o promieniu R umocowany jest wzdłuż cięciwy drut o długości l (rys. 2). Dysk obraca się ze stałą prędkością kątową ω . Wektor indukcji jednorodnego pola magnetycznego \vec{B} skierowany jest prostopadłe do dysku. Znaleźć siłę elektromotoryczną indukcji między środkiem a końcem drutu.

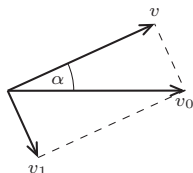
Rozwiązania zadań z numeru 12/2017

Przypominamy treść zadań:

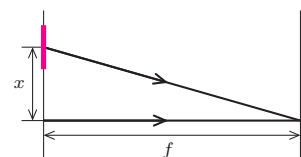
648. Człowiek wchodzi ze stałą prędkością v na zbozcze nachylone pod kątem α do poziomu (rys. 3) i ciągnie sanki o masie m za pomocą nierozciągliwej, lekkiej linki o długości l . Sanki ślizgają się bez tarcia po powierzchni poziomej. Jakie jest napięcie linki, gdy tworzy ona z poziomem kąt α ?



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

649. Na bardzo cienką przezroczystą płytkę naniesiono nieprzezroczyste, koncentryczne pierścienie. Położenia i rozmiary pierścieni są tak dobrane, że równoległa wiązka światła o długości fali $\lambda = 500$ nm, padająca prostopadłe na płytkę, ogniskuje się w odległości $f = 25$ cm od płytki. Rozmiary płytki są małe w porównaniu z odległością f .

- Wyznaczyć promienie wewnętrzne i zewnętrzne dwóch najbliższych centrum nieprzezroczystych pierścieni.
- W jakiej odległości od płytki powstanie obraz punktowego źródła światła monochromatycznego o tej samej długości fali co wiązka równoległa, umieszczonego w odległości a od płytki na jej osi przechodzącej przez środki pierścieni?

648. Prędkość sanek v_0 jest pozioma, możemy rozłożyć ją na składowe v równoległą do linki i v_1 prostopadłą do linki (rys. 4). Zachodzi związek $v_1 = vtg\alpha$. W układzie inercyjnym, związanym z człowiekiem, sanki poruszają się po okręgu o promieniu l z prędkością v_1 i przyspieszeniem dośrodkowym $a_d = v_1^2/l$. Jedyłą siłą działającą na sanki w kierunku poziomym jest składowa siły napięcia linki N . Nadaje ona sankom przyspieszenie $a = (N \cos \alpha)/m$. Składowa tego przyspieszenia równoległa do linki jest przyspieszeniem dośrodkowym: $a_d = a \cos \alpha = (N \cos^2 \alpha)/m = v_1^2/l$. Stąd siła napięcia linki dana jest wzorem: $N = (mv^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)/(l \cos^2 \alpha)$.

649. a) Różnica dróg promieni biegnących od centrum płytki i z punktu odległego o x od centrum płytki do środka ekranu umieszczonego w odległości f od płytki (rys. 5) wynosi: $\Delta s = \sqrt{f^2 + x^2} - f$. W przybliżeniu $x \ll f$, $\Delta s = f\sqrt{1 + x^2/f^2} - f \approx x^2/(2f)$. Miejsca, z których biegnące fale osłabiałyby falę biegnącą z centrum płytki, powinny być nieprzezroczyste. Zachodzi dla nich związek: $\lambda/4 + k\lambda < \Delta s < 3\lambda/4 + k\lambda$, gdzie $k = 0, 1, 2, \dots$. Stąd

$$\sqrt{\lambda f(1 + 4k)/2} < x_k < \sqrt{\lambda f(3 + 4k)/2}.$$

Pierwszy nieprzezroczysty pierścień ($k = 0$) ma promień wewnętrzny $r_0 = \sqrt{\lambda f/2} = 0,25$ mm, zewnętrzny $R_0 = \sqrt{3\lambda f/2} = 0,43$ mm, drugi $r_1 = 0,56$ mm, $R_1 = 0,66$ mm. b) niech szukana odległość wynosi b . Chcemy, żeby różnica dróg promieni przechodzących przez punkt odległy o x od środka płytki i przechodzących przez środek płytki była taka sama, jak w przypadku wiązki równoległej:

$$\Delta s = \left(\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + x^2} \right) - (a + b) \approx x^2 \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right) = \frac{x^2}{2f}.$$

Stąd $1/a + 1/b = 1/f$.