# Klub 44

**Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty***

**Skrót regulaminu**

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru $n$ w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przesyłać również pocztą elektroniczną pod adresem `delta@mimuw.edu.pl` (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie $S$ oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a $N$ – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

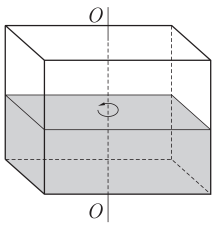
## Zadania z fizyki nr 652, 653

*Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA*

Termin nadsyłania rozwiązań: 30 IV 2018

**652.** Znaleźć przyspieszenie, z jakim spada pionowo w dół okrągła metalowa płytka o masie $m$ w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $B$, równoległym do powierzchni Ziemi. Płaszczyzna płytki jest równoległa do linii pola magnetycznego i prostopadła do powierzchni Ziemi. Grubość płytki $d$ jest dużo mniejsza od jej promienia $R$, przyspieszenie ziemskie ma wartość $g$.

**653.** Do wąskiego, prostopadłościennego naczynia nalano pewną ilość cieczy (rys. 1). Następnie naczynie zaczęto obracać wokół pionowej osi symetrii. Przy pewnej prędkości kątowej odsłonięta została $k$-ta część powierzchni dna. Jak zmieniła się w wyniku tego siła parcia na dno i wąskie ścianki boczne (w porównaniu z przypadkiem nieruchomego naczynia)? Ciecz nie wylewa się z naczynia. Napięcie powierzchniowe można zaniedbać.

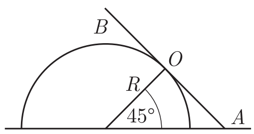


Rys. 1

## Rozwiązania zadań z numeru 10/2017

Przypominamy treść zadań:

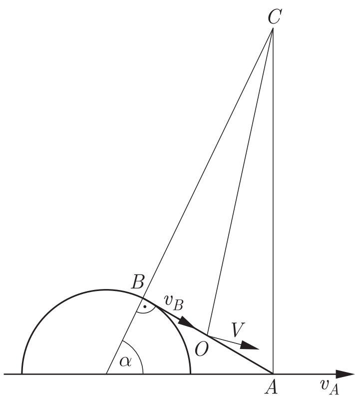
**644.** Półwalec o promieniu $R$ umocowany jest na poziomej płaszczyźnie (rys. 2). Jednorodny cienki pręt o długości $2R$ opiera się na walcu w połowie swojej długości, a jego dolny koniec $A$ jest unieruchomiony. Po oswobodzeniu pręt ześlizguje się z walca. Nie ma tarcia. Jaka będzie prędkość górnego końca pręta $B$ w chwili, gdy zetknie się on z powierzchnią walca?



Rys. 2

**645.** Oszacować, jaka część ciepła parowania wody zużywana jest na zwiększenie jej energii wewnętrznej przy temperaturze $T = 373$ K? Ciepło parowania wody wynosi $q = 2,3 \cdot 10^6$ J/kg.

**644.** Oznaczmy prędkość środka masy pręta w chwili końcowej przez $V$, a prędkość kątową ruchu obrotowego wokół środka masy przez $\omega$. Ruch pręta możemy też traktować jako czysty obrót wokół chwilowej osi obrotu z taką samą prędkością kątową $\omega$. Prędkość $v_B$ punktu $B$ w chwili końcowej jest styczna do walca, a prędkość $v_A$ punktu $A$ ma kierunek poziomy (rys. 3). Punkt $C$, przez który przechodzi chwilowa oś obrotu, leży na przecięciu prostopadłych do prędkości $v_A$ i $v_B$. Z podobieństwa trójkątów prostokątnych na rysunku 3 otrzymujemy, że długość odcinka $BC$ wynosi 4R. Z twierdzenia Pitagorasa długość odcinka $OC$ jest równa $R\sqrt{17}$. Wynika stąd, że związek między prędkością środka masy i prędkością ruchu obrotowego dany jest wzorem $V = \omega R\sqrt{17}$. Ponieważ nie ma oporów ruchu, zachowana jest energia mechaniczna pręta



Rys. 3

$$mg(h_1 - h_2) = mV^2/2 + I\omega^2/2, \tag{1}$$

gdzie $m$ jest masą pręta, $I = mR^2/3$ jego momentem bezwładności względem osi przechodzącej przez środek. Wysokości środka masy nad powierzchnią poziomą w chwilach początkowej i końcowej wynoszą odpowiednio $h_1 = R\sqrt{2}/2$ i $h_2 = R\sqrt{5}/5$. Podstawiając to do równania (1), otrzymujemy prędkość kątową

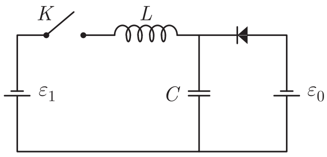
$$\omega = \sqrt{\frac{3}{26}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)\frac{g}{R}}.$$

Szukana wartość prędkości punktu $B$ dana jest wzorem $v_B = 4R\omega$.

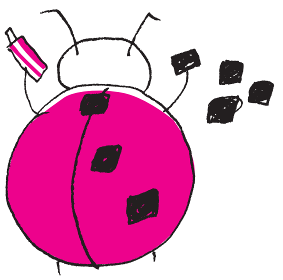
**645.** Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki ciepło $Q = qm$ potrzebne do zamiany masy $m$ wody w parę podczas wrzenia zużywane jest na zwiększenie energii wewnętrznej oraz pracę przeciw siłom zewnętrznego ciśnienia: $qm = \Delta U + p_n(V_p - V_w)$, gdzie $V_w$ jest objętością wygotowanej wody, $V_p$ objętością powstałej pary, $p_n = 1013$ HPa ciśnieniem pary nasyconej wody w temperaturze 373 K. Z równania Clapeyrona $p_n V_p = mRT/\mu$, gdzie $\mu = 18$ jest masą molową wody. Stosunek gęstości pary nasyconej i wody w temperaturze 373 K wynosi $5,7 \cdot 10^{-4}$, zatem objętość wygotowanej wody możemy pominąć w porównaniu z objętością powstałej pary. Stosunek zmiany energii wewnętrznej do pobranego ciepła dany jest wzorem

$$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{1 - RT}{\mu q} \approx 0,9.$$

* * *




Na początku wyrazy skruchy. Na rysunku do treści zadania **636** odwrotnie zaznaczony został kierunek przewodzenia diody. Rozwiązanie zamieszczone w sierpniowym numerze *Delty* jest zgodne z rysunkiem zamieszczonym w niniejszym podsumowaniu. Prąd zaczyna płynąć przez źródło o sile elektromotorycznej $\varepsilon_0 > \varepsilon_1$ dopiero wtedy, gdy napięcie na kondensatorze przewyższa $\varepsilon_0$ i to było istotą zadania. Błędny rysunek spowodował, że zadanie straciło sens, a szkoda, bo wydawało się dosyć interesujące. Większość uczestników zbojkotowała je bez komentarza. Początek jednego z nadesłanych rozwiązań sugerował, że autor milcząco zmienił rysunek na prawidłowy, ale przedstawione rozumowanie nie doprowadziło do pomyślnego finału. W tej sytuacji zadanie zostało unieważnione, a za zaistniałą sytuację wszystkich Czytelników bardzo przepraszam.



Najtrudniejsze w tym roku okazało się zadanie **625** ($WT = 3{,}6$) z elektrostatyki, w którym trzeba było obliczyć, o ile podnosi się ciecz dielektryczna, pod którą umieszczona jest naładowana płytka. Próby rozwiązania tego zadania podjęły tylko dwie osoby i były to rozwiązania obarczone istotnymi błędami. Współczynnik trudności $WT = 3{,}55$ miało zadanie **633** z optyki, gdzie należało wyznaczyć ogniskową zwierciadła sferycznego w układzie optycznym z soczewką rozpraszającą. Jedynym uczestnikiem, który przysłał rozwiązanie tego zadania i w dodatku poprawne, był pan **Jan Zambrzycki**. W zadaniu **628** z mechaniki, o takim samym $WT$, pytanie było o minimalną prędkość początkową żaby skaczącej przez półwalec. Większość klubowiczów przyjęła tu nieprawdziwe założenie, że punkt styczności żaby z półwalcem powinien znajdować się w najwyższym punkcie półwalca. Autorem poprawnego rozwiązania z pełną dyskusją był pan **Tomasz Wietecha**. Pan Tomasz jako jedyny rozwiązał też bezbłędnie zadanie **631** ($WT = 3{,}5$) na temat zderzenia sprężystego walców.

Kolejne miejsca w rankingu stopnia trudności zajęły zadania z mechaniki: **622** ($WT = 3{,}4$) i **635** ($WT = 3{,}35$). W pierwszym motocyklista miał rozpędzić się na torze kołowym, optymalnie wykorzystując siłę tarcia. Niektórzy uczestnicy nie uwzględniali tu faktu, że przy rozpędzaniu tarcie musi mieć zarówno składową dośrodkową, jak i styczną do toru, co było sporym zaskoczeniem. W drugim zadaniu należało wyznaczyć stan równowagi wahadła z tarciem. I znowu maksymalną liczbę punktów w obu przypadkach zdobył tu pan Wietecha, mistrz w rozwiązywaniu zadań z mechaniki.

W zadaniu **627** ($WT = 3{,}18$) z termodynamiki trzeba było znaleźć przyrost energii wewnętrznej gazu w izolowanym cieplnie naczyniu po obciążeniu tłoka dodatkowym ciężarkiem. Mimo że był to proces nieodwracalny, większość klubowiczów stosowała tu równanie przemiany adiabatycznej odwracalnej. Tego samego typu błędy pojawiły się rok temu, przy okazji zadania **595**.

Ciekawostką jest pochodzenie zadania **624** ($WT = 2{,}5$), w którym należało wyznaczyć najmniejszą długość sprężyny obciążonej ciężarkiem spadającym w polu ciężkości po odchyleniu jej do poziomu i rozciągnięciu. Rozwiązywali je moi uczniowie na egzaminie do Cambridge. Udało się im to dopiero po powrocie do Warszawy, ale na uczelnię zostali przyjęci. W Klubie rozwiązali je poprawnie pan **Marian Łupieżowiec** i znowu pan Wietecha, który w tym roku po raz 12 zdobył 44 punkty.

Lista uczestników ligi zadaniowej
**Klubu 44F**
po zakończeniu
roku szkolnego 2016/17 (po 641 zadaniach)

| | | |
|---|---|---|
| Jan Zambrzycki | – | 1–44+0,98 |
| Marian Łupieżowiec | – | 1–38,33 |
| Jacek Konieczny | – | 29,80 |
| Ryszard Woźniak | – | 28,77 |
| Krzysztof Magiera | – | 3–24,30 |
| Karol Łukanowski | – | 23,89 |
| Tomasz Wietecha | – | 12–17,90 |
| Paweł Perkowski | – | 2–14,81 |
| Aleksander Surma | – | 4–14,35 |
| Jacek Grela | – | 13,91 |
| Jacek Piotrowski | – | 2–12,75 |
| Jerzy Witkowski | – | 3–11,50 |
| Andrzej Nowogrodzki | – | 3– 9,49 |
| Jędrzej Biedrzycki | – | 7,44 |
| Gerard Jachimowicz | – | 5,10 |
| Michał Koźlik | – | 4– 4,57 |
| Paweł Kubit | – | 1,89 |

Lista obejmuje uczestników, którzy przysłali co najmniej jedno rozwiązanie zadania z roczników 2015–2017. Liczba przed kreską wskazuje, ile razy uczestnik zdobył już 44 punkty.