Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

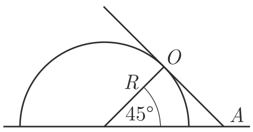
Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 2017

Zadania z fizyki nr 644, 645

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

644. Półwalec o promieniu R umocowany jest na poziomej płaszczyźnie (rys. 1). Jednorodny cienki pręt o długości $2R$ opiera się na walcu w połowie swojej długości, a jego dolny koniec A jest unieruchomiony. Po oswobodzeniu pręt ześlizguje się z walca. Nie ma tarcia. Jaka będzie prędkość górnego końca pręta B w chwili, gdy zetknie się on z powierzchnią walca?



Rys.1

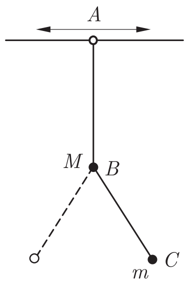
645. Oszacować, jaka część ciepła parowania wody zużywana jest na zwiększenie jej energii wewnętrznej przy temperaturze $T = 373$ K? Ciepło parowania wody wynosi $q = 2,3 \cdot 10^6$ J/kg.

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 6/2017

Przypominamy treść zadań:

640. Do wahadła matematycznego AB (rys. 2) o masie M przyczepione jest wahadło matematyczne BC o masie m. Punkt zawieszenia A tego wahadła podwójnego drga harmonicznie wzdłuż linii poziomej z częstością ω i małą amplitudą. Znaleźć długość nici dolnego wahadła, jeżeli górna nić przez cały czas pozostaje pionowa.

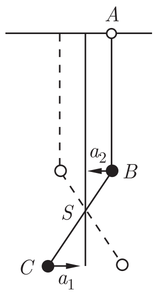
641. Gumowy kabel ma współczynnik sprężystości k, masę m i długość l. Okrąg zrobiony z tego kabla obraca się z prędkością kątową ω w płaszczyźnie poziomej wokół osi pionowej, przechodzącej przez środek okręgu. Wyznaczyć promień obracającego się pierścienia.



Rys. 2

640. Jeżeli górna nić zachowuje przez cały czas kierunek pionowy, to wszystkie siły zewnętrzne działające na układ, czyli siła ciężkości i siła naciągu górnej nici, są pionowe. Wynika stąd, że środek masy S układu nie przemieszcza się w kierunku poziomym (rys. 3), a kulki w każdej chwili poruszają się w kierunkach przeciwnych. Stosunek ich przyspieszeń w kierunku poziomym wynosi $a_2/a_1 = m/M$. Oznaczmy szukaną długość dolnej nici przez l, a odległość dolnej kulki od środka masy przez d. Z rysunku 3 widać, że $a_2/a_1 = (l - d)/d$. Z porównania wzorów na stosunki przyspieszeń otrzymujemy $d = lM/(M + m)$. Ponieważ amplituda drgań punktu A jest mała, przemieszczenia środka masy układu w kierunku pionowym również są małe i dolna kulka zachowuje się w przybliżeniu jak wahadło matematyczne o długości d zawieszone w nieruchomym punkcie S. Częstość drgań tego wahadła jest taka sama jak częstość drgań punktu A i wynosi $\omega = \sqrt{g/d}$. Stąd dolna nić ma długość

$$l = \frac{g(1 + m/M)}{\omega^2}.$$



Rys. 3

641. Oznaczmy promień obracającego się okręgu przez R. Rozważmy mały element tego okręgu o długości ΔL. Jego masa to $\Delta m = m\Delta L/L$, gdzie $L = 2\pi R$. Na wydzielony element na jego końcach działają dwie siły naprężenia T, skierowane stycznie do okręgu (rys. 4). Ich wypadkowa $F = 2T \sin(\alpha/2)$ nadaje rozważanemu elementowi przyspieszenie dośrodkowe $a = \omega^2 R$. Równanie ruchu tego elementu ma postać

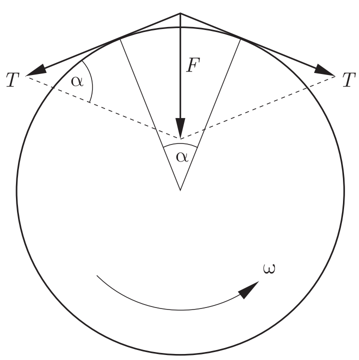
$$2T \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\omega^2 R m \Delta L}{L}.$$

Siła naprężenia kabla dana jest wzorem $T = k(2\pi R - l)$. Uwzględniając, że kąt α jest mały, czyli

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta L}{2R},$$

otrzymujemy szukany promień obracającego się okręgu:

$$R = 2\pi \frac{lk}{4\pi^2 k - m\omega^2}.$$



Rys. 4