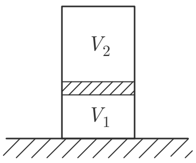
Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 3/2016

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

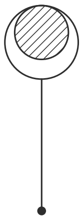
Przypominamy treść zadań:

634. W pionowym, zamkniętym naczyniu znajduje się tłok, który może przemieszczać się bez tarcia (rys. 1). Z obu stron tłoka znajdują się jednakowe masy tego samego gazu doskonałego. W temperaturze T_0, jednakowej w całym naczyniu, objętość gazu nad tłokiem jest k razy większa niż objętość gazu pod tłokiem. Jaki będzie stosunek tych objętości, gdy temperatura wzrośnie do wartości T?

635. Do dolnego końca pręta o długości l przyczepiono małą kulkę o masie m, a do górnego końca rurkę w kształcie walca o wewnętrznym promieniu R. Masy pręta i rurki są zaniedbywalne. Rurka nasunięta jest luźno na nieruchomą, poziomą oś (rys. 2). Współczynnik tarcia między wewnętrzną powierzchnią rurki i osią jest równy μ. Dla jakich wartości kąta φ odchylenia pręta od pionu tak skonstruowane wahadło może znajdować się w równowadze?



Rys. 1


Rys.2

634. Oznaczmy przez p_1 i p_2 ciśnienia w dolnej i górnej części naczynia w temperaturze T_0, a przez p_3 i p_4 odpowiednie ciśnienia w temperaturze T. Różnica ciśnień związana jest z ciężarem tłoka i nie zależy od temperatury

$$p_2 - p_1 = p_4 - p_3. \tag{1}$$

Całkowita objętość naczynia wypełniona gazem nie zmienia się, zatem

$$V_1(k+1) = V_3(x+1), \tag{2}$$

gdzie V_1 i V_3 to początkowa i końcowa objętość gazu w dolnej części naczynia, a x jest szukanym stosunkiem objętości w stanie końcowym. Masy gazu w obu częściach naczynia są takie same, z równań Clapeyrona wynikają więc związki $p_2 = p_1/k$ oraz $p_4 = p_3/x$. Podstawiając je do równania (1), otrzymujemy

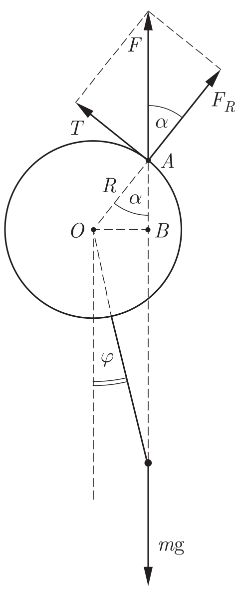
$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{k(x-1)}{x(k-1)}. \tag{3}$$

Stosując równania Clapeyrona do gazu w dolnych częściach naczynia oraz uwzględniając równania (2) i (3), dostajemy

$$\frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = \frac{T_0}{T} = \frac{k(x^2-1)}{x(k^2-1)}.$$

Wprowadzając oznaczenie $a = \dfrac{T_0(k^2-1)}{Tk}$, możemy napisać równanie kwadratowe na szukaną wielkość x w postaci $x^2 - ax - 1 = 0$. Dodatni pierwiastek tego równania ma postać $x = \left(a + \sqrt{a^2+4}\right)/2$. Dla $k = 1$, co odpowiada nieważkiemu tłokowi, $x = 1$, czyli objętości gazów nad i pod tłokiem są takie same. Dla dowolnego $k > 1$, gdy temperatura dąży do nieskończoności, wartość x również dąży do 1. W bardzo wysokiej temperaturze ciśnienia gazów w obu częściach naczynia są na tyle duże, że wpływ siły ciężkości tłoka można pominąć.

635. Na wahadło odchylone od pionu działają trzy siły: siła ciężkości mg zaczepiona w środku kulki oraz siły reakcji F_R i tarcia T w punkcie A styczności osi z wewnętrzną powierzchnią rurki (rys. 3). Suma momentów tych sił względem dowolnego punktu wynosi zero, zatem proste, wzdłuż których działają siły, muszą się przecinać w jednym punkcie. Wynika stąd, że punkt A leży na przecięciu prostej pionowej, przechodzącej przez środek masy kulki z wewnętrzną powierzchnią rurki. Gdy środek kulki przemieszczony jest w prawo lub w lewo na odległość większą niż promień R, równowaga jest niemożliwa.



Rys. 3

Gdy kąt φ odchylenia wahadła od pionu jest maksymalny, tarcie statyczne osiąga największą możliwą wartość $T = \mu F_R$. Ponieważ w stanie równowagi wypadkowa F sił tarcia i reakcji skierowana jest pionowo w górę, zachodzi związek $\operatorname{tg}\alpha = T/F_R = \mu$. Odcinek OB na rysunku 3 możemy wyrazić przez kąty φ i α wzorem $(l+R)\sin\varphi = R\sin\alpha$, stąd

$$\sin\varphi = \frac{\mu R}{(l+R)\sqrt{1+\mu^2}}.$$

Wartość kąta granicznego φ nie zależy od masy kulki. Dla $\mu \to 0$ stan równowagi możliwy jest tylko dla pionowego położenia wahadła. Gdy $\mu \to \infty$, $\alpha \to \pi/2$ i $\sin\varphi = R/(l+R)$, wtedy maksymalne odchylenie kulki w prawo dąży do R. Gdy występuje tarcie w osi, wahadło może znaleźć się w równowadze także w położeniu odwróconym, kiedy kulka znajduje się powyżej osi.