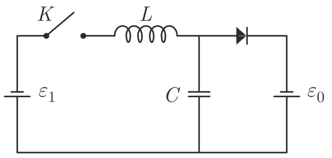
Zadania z fizyki nr 636, 637

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

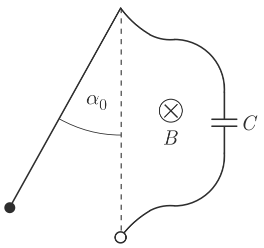
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 VI 2017

636. W obwodzie przedstawionym na rysunku 1 mamy $\varepsilon_0 > \varepsilon_1$. Jaki ładunek przepłynie przez źródło o sile elektromotorycznej ε_0 po zamknięciu klucza K? Zakładamy, że opór omowy cewki i opory wewnętrzne źródeł są równe zeru. Dioda jest idealna, czyli jej opór w kierunku przewodzenia wynosi zero, a w kierunku przeciwnym jest nieskończenie wielki. Przed zamknięciem klucza kondensator był nienaładowany.



Rys. 1

637. Mała metalowa kulka o masie m, zawieszona na nieważkiej przewodzącej nici o długości l, wykonuje małe drgania z amplitudą kątową α_0 w płaszczyźnie pionowej, w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B (rys. 2). Linie pola magnetycznego są prostopadłe do płaszczyzny drgań wahadła. Gdy wahadło przechodzi przez położenie równowagi, podłączony zostaje do niego za pomocą cienkich, wiotkich przewodów kondensator o pojemności c. Czas kontaktu jest bardzo krótki i można przyjąć, że w tym czasie kondensator zostaje całkowicie naładowany. Znaleźć nową amplitudę kątową drgań wahadła.



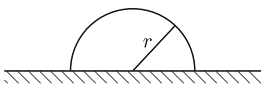
Rys. 2

Rozwiązania zadań z numeru 12/2016

Przypominamy treść zadań:

628. Rura o promieniu r zakopana jest do połowy w ziemi (rys. 3). Z jaką minimalną prędkością powinna odbić się od ziemi żaba, która chce przeskoczyć przez tę rurę?

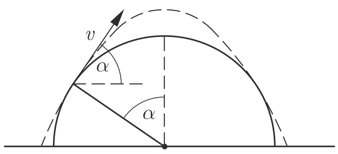
629. Kondensator naładowano do napięcia U_0 i po odłączeniu od źródła napięcia podłączono do niego opornik. W pewnym przedziale czasu na oporniku wydzieliła się w postaci ciepła energia W_1, a w następnym takim samym przedziale czasu energia W_2. Znaleźć pojemność kondensatora.



Rys. 3

628. Na pierwszy rzut oka może się wydawać, że tor lotu żaby powinien być styczny do rury w jej najwyższym punkcie. Rozważmy jednak tor symetryczny względem osi pionowej przechodzącej przez środek rury i styczny do niej w dwóch punktach. Niech prędkość v żaby w punkcie styczności tworzy z poziomem kąt α (rys. 4). Z równań ruchu dla rzutu ukośnego otrzymujemy związek $v^2 = \dfrac{gr}{\cos\alpha}$. Zasada zachowania energii ma postać

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgr\cos\alpha,$$

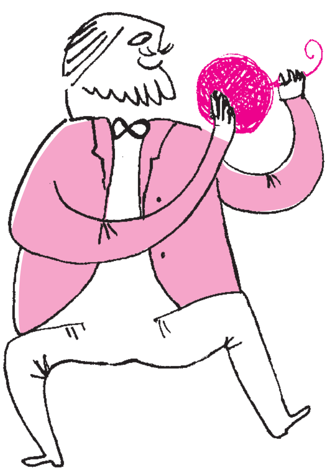


Rys. 4

gdzie v_0 jest prędkością żaby w chwili odbicia. Aby znaleźć jej wartość minimalną, musimy odpowiedzieć na pytanie, dla jakiego kąta α funkcja

$$E(\alpha) = mgr\left(\cos\alpha + \frac{1}{2\cos\alpha}\right) = mgr\sqrt{2}\frac{\left(\sqrt{2}\cos\alpha\right)^2 + 1}{2\sqrt{2}\cos\alpha}$$

ma minimum. W tym celu wystarczy obliczyć jej pochodną i przyrównać ją do zera. Możemy też skorzystać z nierówności $(a-b)^2 \geqslant 0$ i wynikającej z niej $\dfrac{a^2+b^2}{2ab} \geqslant 1$. Widzimy, że energia jest minimalna, gdy $\sqrt{2}\cos\alpha = 1$. Szukana minimalna prędkość żaby wynosi $v_{0\min} = \sqrt{2\sqrt{2}gr}$. Dla kąta $\alpha = 0$, gdy tor żaby styka się w najwyższym punkcie z rurą, $v_0 = \sqrt{3gr}$.



629. Z zasady zachowania energii mamy związek

$$\frac{U_0^2}{2c} = W_1 + \frac{U_1^2}{2c},$$

gdzie U_1 jest napięciem na kondensatorze po upływie czasu t. Gdy kondensator rozładowuje się przez opornik, natężenie prądu maleje wykładniczo w czasie

$$I = U/R = \left(U_0 e^{\frac{-t}{Rc}}\right)/R.$$

Moc chwilowa jest iloczynem kwadratu napięcia początkowego i funkcji czasu, zatem stosunek energii wydzielonych na oporniku w jednakowych przedziałach czasowych jest proporcjonalny do kwadratów napięć początkowych $W_1/W_2 = U_0^2/U_1^2$. Szukana pojemność kondensatora wynosi

$$c = \frac{2W_1^2}{U_0^2\left(W_1 - W_2\right)}.$$