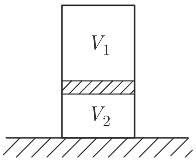
Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

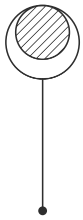
Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

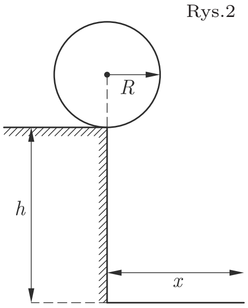
Termin nadsyłania rozwiązań: 31 V 2017



Rys. 1



Rys.2



Rys. 3

Zadania z fizyki nr 634, 635

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

634. W pionowym, zamkniętym naczyniu znajduje się tłok, który może przemieszczać się bez tarcia (rys. 1). Z obu stron tłoka znajdują się jednakowe masy tego samego gazu doskonałego. W temperaturze T_0, jednakowej w całym naczyniu, objętość gazu nad tłokiem jest k razy większa niż objętość gazu pod tłokiem. Jaki będzie stosunek tych objętości, gdy temperatura wzrośnie do wartości T?

635. Do dolnego końca pręta o długości l przyczepiono małą kulkę o masie m, a do górnego końca rurkę w kształcie walca o wewnętrznym promieniu R. Masy pręta i rurki są zaniedbywalne. Rurka nasunięta jest luźno na nieruchomą, poziomą oś (rys. 2). Współczynnik tarcia między wewnętrzną powierzchnią rurki i osią jest równy μ. Dla jakich wartości kąta φ odchylenia pręta od pionu tak skonstruowane wahadło może znajdować się w równowadze?

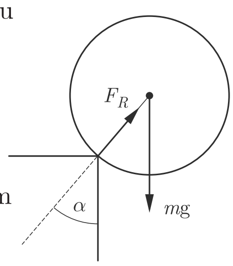
Rozwiązania zadań z numeru 11/2016

Przypominamy treść zadań:

626. Na skraju prostokątnego uskoku o wysokości h leży jednorodna kula o promieniu R, przy czym $h > \frac{R}{3}$ (rys. 3). W stanie początkowym kula znajduje się w stanie równowagi chwiejnej. Znaleźć odległość x miejsca upadku kuli na ziemię, zakładając, że jej ruch rozpoczął się z zerową prędkością początkową. Nie ma tarcia między kulą a uskokiem.

627. W pionowo ustawionym cylindrze z tłokiem znajduje się jednoatomowy gaz doskonały. Odległość tłoka od dna cylindra wynosi l. Po obciążeniu tłoka ciężarkiem o masie m i ustaleniu się równowagi temperatura bezwzględna gazu wzrosła dwukrotnie. Cylinder i tłok wykonane są z izolatora cieplnego. Obliczyć przyrost energii wewnętrznej gazu. Pominąć tarcie między cylindrem a tłokiem.

626. Dopóki kula nie traci kontaktu z uskokiem, działa na nią siła ciężkości mg oraz siła reakcji podłoża F_R (rys. 4). Ponieważ nie ma tarcia, siła reakcji skierowana jest wzdłuż promienia kuli. Obie siły mają zerowy moment względem środka kuli, zatem kula porusza się ruchem postępowym. Środek masy kuli porusza się po okręgu o promieniu R, a jego równanie ruchu ma postać:



Rys. 4

$$mv^2/R = mg\cos\alpha - F_R.$$

W momencie, w którym kula odrywa się od uskoku, siła reakcji znika: $mv_0^2/R = mg\cos\alpha_0$. Z zasady zachowania energii mamy $v_0^2 = 2Rg(1-\cos\alpha_0)$. W chwili oderwania kąt α_0, jaki tworzy prędkość kuli z poziomem, dany jest wzorem $\cos\alpha_0 = 2/3$, wartość prędkości wynosi $v_0 = \sqrt{2Rg/3}$, a dolny punkt kuli znajduje się na wysokości $h_0 = h - R/3$ nad ziemią. Po oderwaniu środek masy kuli porusza się w kierunku poziomym ze stałą prędkością $v_{0x} = v_0\cos\alpha_0$, w kierunku pionowym spada w polu ciężkości z prędkością początkową $v_{0y} = v_0\sin\alpha_0$ i osiąga prędkość $v_y = \sqrt{5v_0^2/9 + 2gh_0}$ po czasie $t = (v_y - v_{0y})/g$. Szukana odległość dana jest wzorem

$$x = v_{0x}t + R\sin\alpha_0 = \frac{\sqrt{5}}{3}R\left(1 + \frac{2v_0^2}{3gR}\left(\sqrt{1+\frac{18gh_0}{v_0^2}} - 1\right)\right).$$

627. Zmiana energii wewnętrznej gazu dana jest wzorem $\Delta U = nc_vT$, gdzie T jest temperaturą w stanie początkowym, n liczbą moli, a c_v molowym ciepłem właściwym przy stałej objętości. Oznaczmy ciśnienia początkowe i końcowe w cylindrze odpowiednio przez p_1 i p_2. Równania Clapeyrona dla tych stanów mają postać:

$$p_1lS = nRT \text{ oraz } p_2(l-x)S = 2nRT,$$

gdzie x jest przesunięciem tłoka, a S jego polem powierzchni. Odejmując te równania stronami, otrzymujemy $(p_2 - p_1)lS - p_2xS = nRT$. Z warunków równowagi mamy $(p_2 - p_1)S = mg$, a z pierwszej zasady termodynamiki $p_2Sx = \Delta U = nc_vT$. Stąd $mgl = nc_pT$, uwzględniając, że $c_p = c_v + R$. Szukana zmiana energii wewnętrznej wynosi

$$\Delta U = \frac{mglc_v}{c_p},$$

a ponieważ gaz jest jednoatomowy, więc

$$\Delta U = 3mgl/5.$$