Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

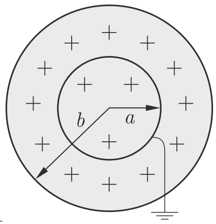
Zadania z fizyki nr 632, 633

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

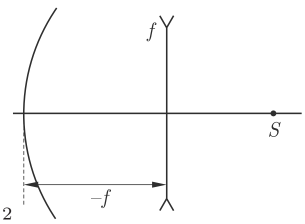
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 IV 2017

632. Dielektryczna kula o promieniu b naładowana jest ze stałą gęstością objętościową $\rho > 0$. Wewnątrz kuli znajduje się uziemiona, metalowa sfera o promieniu a (rys. 1). Znaleźć ładunek indukowany na tej sferze.

633. Cienka soczewka rozpraszająca o ogniskowej f i zwierciadło sferyczne wklęsłe mają wspólną oś optyczną (rys. 2). Środek zwierciadła znajduje się w jednym z ognisk soczewki. Układ daje rzeczywisty obraz przedmiotu S umieszczonego w dowolnej odległości na prawo od soczewki. Znaleźć ogniskową zwierciadła.



Rys. 1



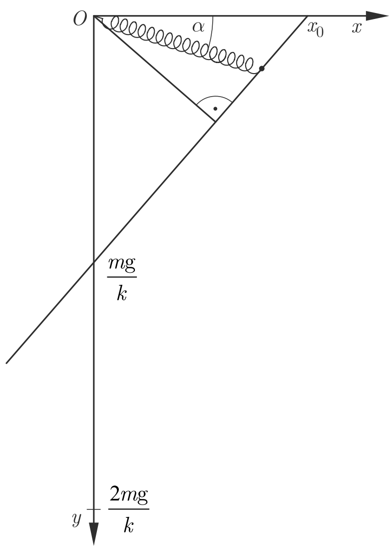
Rys. 2

Rozwiązania zadań z numeru 10/2016

Przypominamy treść zadań:

624. Ciężarek o masie m zawieszony jest w polu ciężkości na nieważkiej sprężynie o współczynniku sprężystości k. Długość nierozciągniętej sprężyny jest zaniedbywalna. Sprężynę odchylono do poziomu, rozciągnięto do długości x_0 i puszczono swobodnie. Znaleźć najmniejszą długość sprężyny podczas ruchu.

625. Na dnie naczynia znajduje się cienka metalowa płytka, której powierzchnia S jest dużo mniejsza od powierzchni dna naczynia. W naczyniu znajduje się ciecz o gęstości ρ i stałej dielektrycznej ε. Wysokość słupa cieczy jest dużo mniejsza od rozmiarów liniowych płytki. O ile podniesie się ciecz nad płytką, gdy na płytkę wprowadzony zostanie ładunek Q?



Rys. 3

624. Gdy sprężyna odchylona jest od poziomu o kąt α, a jej długość wynosi $l = \sqrt{x^2+y^2}$ (rys. 3), siły działające na ciężarek w kierunku poziomym i pionowym mają postać

$$F_x = -kl\cos\alpha = -kx, \quad F_y = mg - kl\sin\alpha = mg - ky.$$

Ruch ciężarka jest złożeniem ruchów harmonicznych

$$x = A_1\sin(\omega t + \varphi_1), \quad y = mg/k + A_2\sin(\omega t + \varphi_2).$$

Uwzględniając warunki początkowe: $x(0) = x_0$, $y(0) = 0$, $v_x(0) = v_y(0) = 0$, otrzymujemy

$$x = x_0\cos\omega t, \quad y = mg(1-\cos\omega t)/k.$$

Tor ciężarka

$$y = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{x}{x_0}\right)$$

jest linią prostą. Minimalna długość sprężyny dana jest wzorem

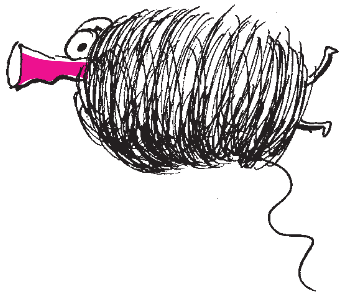
$$l_{\min} = \frac{mgx_0}{\sqrt{x_0^2k^2 + m^2g^2}}.$$

625. Naładowana płytka wytwarza pole elektryczne o natężeniu $E_0 = Q/(2\varepsilon_0 S)$. Na powierzchniach warstwy cieczy nad płytką powstają ładunki indukowane Q_1 oraz $(-Q_1)$. Wypadkowe pole nad płytką możemy zapisać na dwa sposoby

$$E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{Q - 2Q_1}{2\varepsilon_0 S},$$

stąd

$$Q_1 = \frac{Q(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon}.$$



Siła, z jaką ładunek Q na płytce i ładunek indukowany $(-Q_1)$ na dolnej powierzchni warstwy cieczy dielektrycznej odpychają ładunek indukowany Q_1 na górnej powierzchni cieczy, dana jest wzorem

$$F = \frac{(Q - Q_1)Q_1}{2\varepsilon_0 S} = \frac{Q^2(\varepsilon^2 - 1)}{8\varepsilon_0 \varepsilon^2 S}.$$

Siła ta powoduje podniesienie cieczy nad płytką o x i jest równoważona dodatkową siłą ciężkości o wartości $F = xS\rho g$. Szukana wysokość, na jaką podniesie się ciecz, wynosi

$$x = \frac{Q^2(\varepsilon^2 - 1)}{8\varepsilon_0^2 S^2 \rho g}.$$

* * *

Tym razem współczynnik trudności niektórych zadań z mechaniki okazał się większy niż spodziewany. W zadaniu **603** (WT=3,28) koralik zsuwał się bez tarcia po linii śrubowej i należało znaleźć wartość jego przyspieszenia po przebyciu określonej liczby zwojów. Niektórzy klubowicze nie zauważyli, że składowa przyspieszenia, prostopadła do toru, związana jest z ruchem po okręgu i leży w płaszczyźnie poziomej, bo ruch w pionie jest ruchem prostoliniowym. Zadanie **616** (WT=2,88) dotyczyło ruchu środka masy układu dwóch klocków połączonych pionową, ściśniętą początkowo sprężyną. Tu błędy były urozmaicone, w szczególności niepoprawny warunek na oderwanie się dolnego klocka, rozważenie tylko przypadku przed oderwaniem, albo po oderwaniu, błędne założenie, że po oderwaniu oba klocki poruszają się jednakowo. W pełni poprawne rozwiązania obu wymienionych zadań podał **Tomasz Wietecha**, przy czym były to rozwiązania bardziej ogólne niż wymagane – w zadaniu **603** potrafił określić kierunek wektora przyspieszenia w dowolnej chwili, w zadaniu **616** opisał ruch każdego z klocków po oderwaniu dolnego, a na końcu wyznaczył maksymalne wzniesienie środka masy. Wykazał się przy tym, jak zwykle, imponującą sprawnością rachunkową. Powstaje pytanie, czy w naszej zabawie bardziej cenimy takie ogólne rozwiązania, czy znacznie prostsze, pomysłowe, ale bardziej szczególne i chyba nie ma na to dobrej odpowiedzi.

Pan **Wietecha** jako jedyny przysłał rozwiązanie, w dodatku poprawne, zadania **609** na temat wrzenia na powierzchni rozdziału dwóch niemieszających się cieczy. I tu pomyłkowo podany został przeze mnie współczynnik trudności tego zadania WT=3, zamiast WT=3,25. Za ten błąd przepraszam, a panu Tomaszowi należy się dodatkowo 0,25 pkt.

W zadaniu **610** (WT=3,85) należało wyznaczyć granicę suchego obszaru wokół obracającego się ze stałą prędkością kątową mokrego koła. Okazało się, że nie dla wszystkich było oczywiste, że chodzi o krople odrywające się od obręczy koła z prędkością, jaką mają punkty na jego obwodzie. Zadanie było bardziej niż inne skomplikowane rachunkowo, stąd, być może, jego bardzo wysoki współczynnik trudności.

Poprawnego rozwiązania nie doczekało się zadanie **613** (WT=3,7) z optyki, gdzie należało znaleźć obraz Słońca otrzymany za pomocą układu dwóch zwierciadeł sferycznych i porównać go z obrazem otrzymanym za pomocą soczewki. Członkowie klubu, którzy przysłali swoje rozwiązania, uznali, że obrazem Słońca w zwierciadle czy soczewce jest punkt, czyli zaniedbali rozmiary kątowe Słońca widzianego z Ziemi.

Na ogół dobrze wypadały zadania z elektromagnetyzmu. Najwyższy współczynnik trudności otrzymało zadanie **617** (WT=2,5), gdzie należało wyznaczyć kąt ustawienia igiełki magnetycznej w polu magnetycznym Ziemi i szybko obracającego się przewodzącego pierścienia. Poprawnie rozwiązali to zadanie **Michał Koźlik** i **Tomasz Wietecha**.

Z przyjemnością odnotowuję fakt, że do grona osób, które regularnie przysyłają na ogół poprawne rozwiązania, dołączył pan **Jan Zambrzycki** z Białegostoku.

Rozszerzona czołówka ligi zadaniowej
Klubu 44F
po zakończeniu
roku szkolnego 2015/16 (po 621 zadaniach)

Michał Koźlik	–	3–39,15
Tomasz Rudny	–	37,68
Marian Łupieżowiec	–	1–35,47
Andrzej Idzik	–	11–32,22
Jacek Konieczny	–	29,51
Jan Zambrzycki	–	30,86
Ryszard Woźniak	–	26,62
Krzysztof Magiera	–	3 –24,30
Karol Łukanowski	–	23,89
Bogusław Mikielewicz	–	22,45
Tomasz Wietecha	–	11–20,25
Jacek Grela	–	13,09
Jacek Piotrowski	–	2–12,75
Jerzy Witkowski	–	3–11,50
Andrzej Nowogrodzki	–	3–8,29
Jędrzej Biedrzycki	–	7,44

Lista obejmuje uczestników, którzy przysłali co najmniej jedno rozwiązanie zadania z roczników 2014–2016 oraz mają w bieżącej punktacji na swoim koncie co najmniej 7 punktów. Liczba przed kreską wskazuje, ile razy uczestnik zdobył już 44 punkty.

Weterani Klubu 44 F (w kolejności uzyskiwania statusu Weterana):

P. Bala, D. Lipniacki, A. Sikorski, A. Surma (4), P. Gworys, A. Idzik (11), T. Wietecha (11), J. Łazuka, M. Wójcicki, M. Koźlik, J. Witkowski, K. Magiera, A. Nowogrodzki (jeśli uczestnik zdobył 44 punkty więcej niż 3 razy, podana została odpowiednia liczba).

Pozostali członkowie Klubu 44 F (alfabetycznie):

„dwukrotni”: J. Lipkowski, P. Perkowski, J. Piotrowski;

„jednokrotni”: A. Borowski, P. Gadziński, Z. Galias, A. Gawryszczak, A. Gluza, W. Kacprzak, K. Kapcia, M. Łącki, M. Łupieżowiec, B. Mikielewicz, L. Motyka, R. Musiał, T. Rawlik, R. Repucha, J. Stelmach, L. Szalast, T. Tkocz, P. Wach.

Punktacja zadań
620 ($WT = 1{,}6$) i 621 ($WT = 2{,}72$)
z numeru 6/2016

Jacek Grela (Kraków)	4,32
Jędrzej Biedrzycki (Strzelce Opolskie)	2,53
Jan Zambrzycki (Białystok)	2,10
Paweł Kubit (Kraków)	0,80