Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Zadania z fizyki nr 624, 625

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 2016

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

624. Ciężarek o masie m zawieszony jest w polu ciężkości na nieważkiej sprężynie o współczynniku sprężystości k. Długość nierozciągniętej sprężyny jest zaniedbywalna. Sprężynę odchylono do poziomu, rozciągnięto do długości x_0 i puszczono swobodnie. Znaleźć najmniejszą długość sprężyny podczas ruchu.

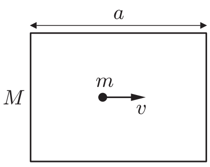
625. Na dnie naczynia znajduje się cienka metalowa płytka, której powierzchnia S jest dużo mniejsza od powierzchni dna naczynia. W naczyniu znajduje się ciecz o gęstości ρ i stałej dielektrycznej ε. Wysokość słupa cieczy jest dużo mniejsza od rozmiarów liniowych płytki. O ile podniesie się ciecz nad płytką, gdy na płytkę wprowadzony zostanie ładunek Q?

Rozwiązania zadań z numeru 6/2016

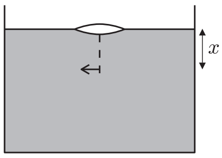
Przypominamy treść zadań:

620. W chwili początkowej prostokątna ramka o masie M spoczywa na powierzchni poziomej, a mała kulka o masie m porusza się z prędkością v wewnątrz ramki, równolegle do boku o długości a (rys. 1). Kulka zderza się sprężyście ze środkami krótszych boków ramki. Znaleźć czas pomiędzy kolejnymi zderzeniami z tym samym bokiem ramki. Nie ma tarcia.

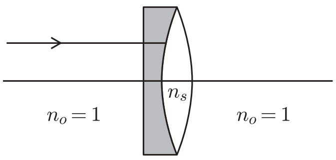
621. Dwuwypukła soczewka o promieniach krzywizny R, wykonana ze szkła o współczynniku załamania n_s , zanurzona jest jedną stroną w wodzie (rys. 2). Mały przedmiot znajduje się w wodzie na osi optycznej soczewki, w odległości x od soczewki. Wysokość przedmiotu wynosi h. W soczewce powstaje obraz pozorny. Jakie jest jego powiększenie liniowe? Współczynnik załamania szkła jest równy n_w .



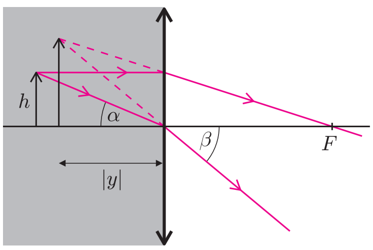
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

620. W układzie środka masy prędkości kulki i ramki odpowiednio $\mathbf{v}_1$ i $\mathbf{v}_2$ spełniają związki: $m\mathbf{v}_1 + M\mathbf{v}_2 = 0$, $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_w$, gdzie $\mathbf{v}_w$ jest prędkością względną. Stąd $v_1 = \frac{M}{M+m}v_w$, $v_2 = \frac{m}{M+m}v_w$. Energia w układzie środka masy wynosi $E = \frac{1}{2}Mv_2^2 + 2mv_1^2 = \frac{mM}{2(m+M)}v_w^2$. Na układ nie działają z zewnątrz w kierunku poziomym żadne siły, zatem środek masy porusza się ze stałą prędkością i jego energia kinetyczna nie zmienia się. Zderzenia są sprężyste, więc nie zmienia się również energia w układzie środka masy, prędkość względna kulki i ramki pozostaje stała i równa prędkości początkowej kulki v. Szukany czas między dwoma kolejnymi zderzeniami wynosi $t = 2a/v$.

621. Aby skonstruować obraz przedmiotu, jaki powstaje w soczewce, musimy odpowiedzieć na pytania: jak biegnie promień równoległy do osi optycznej po przejściu przez soczewkę oraz jak biegnie promień przechodzący przez środek soczewki. W przypadku promienia równoległego możemy wprowadzić umieszczony w powietrzu układ zastępczy, złożony ze stykających się cienkich soczewek – szklanej o promieniach krzywizny R oraz płasko-wklęsłej soczewki wodnej (rys. 3). Odwrotność ogniskowej takiego układu jest sumą odwrotności poszczególnych soczewek:

$$\frac{1}{f} = -\frac{n_w - 1}{R} + \frac{2(n_s - 1)}{R} = \frac{2n_s - n_w - 1}{R}.$$

Oznaczmy kąt padania na środek soczewki promienia wychodzącego z końca przedmiotu (rys. 4) przez α, a kąt załamania tego promienia przez β. Ponieważ przedmiot jest mały, mamy $\beta = n_w\alpha$ zgodnie z prawem załamania. Korzystając z rysunku 4 i przybliżenia małych kątów, otrzymujemy związki: $h = x\alpha$, $H = |y|\beta$, gdzie y jest odległością obrazu od soczewki, H wysokością obrazu. Z podobieństwa odpowiednich trójkątów mamy też: $\frac{H}{h} = \frac{f+|y|}{f} = n_w\frac{|y|}{x}$. Stąd $|y| = \frac{fx}{n_wf-x}$, a szukane powiększenie dane jest wzorem

$$p = \frac{H}{h} = \frac{1}{1 - x\frac{2n_s - n_w - 1}{n_wR}}.$$