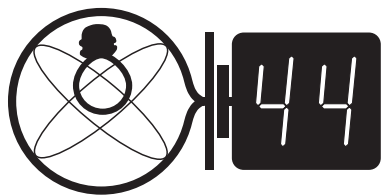


Klub 44



Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delta*

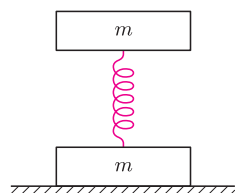
Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl

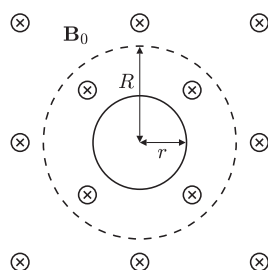
Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 4/2016

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

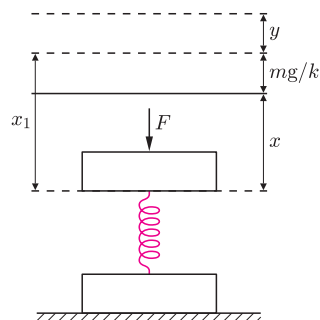
Przypominamy treść zadań:



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

616. Układ złożony z dwóch jednakowych płytek o masach m połączonych nieważką sprężyną o współczynniku sprężystości k , znajduje się w stanie równowagi (rys. 1). Górną płytkę naciśnięto tak, że opuściła się ona o x , a następnie puszczono. Na jaką maksymalną wysokość podniósł się środek masy układu?

617. Na zewnątrz powierzchni walcowej o promieniu r wartość wektora indukcji pola magnetycznego rośnie liniowo w czasie: $B_0 = \alpha t$. Linie pola magnetycznego są równoległe do osi walca (rys. 2). Jak musi zmieniać się w czasie wartość jednorodnego pola magnetycznego wewnątrz tej powierzchni, aby elektron poruszał się po okręgu o promieniu $R > r$? W chwili $t = 0$ elektron spoczywa.

616. Ciągła linia na rysunku 3 oznacza położenie równowagi – sprężyna jest ściśnięta o mg/k . Dolna płytka oderwie się od podłoża, gdy siła F powodująca dodatkowe ściśnięcie sprężyny o x będzie większa od ciężaru układu, czyli spełniony będzie warunek $x > 2mg/k$. W chwili oderwania sprężyna będzie wydłużona o $y = mg/k$. Prędkość v górnej płytki w chwili oderwania dolnej znajdujemy z zasady zachowania energii:

$$\frac{kx_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + 2mg(x_1 + y) + \frac{ky^2}{2}, \text{ gdzie } x_1 = \frac{mg}{k} + x.$$

Stąd

$$v^2 = \frac{kx^2}{m} - \frac{4mg^2}{k}.$$

Prędkość środka masy układu w momencie oderwania to $V = v/2$. Po oderwaniu środek masy porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym i wznosi się na wysokość

$$h = \frac{V^2}{2g} = \frac{kx^2}{8mg} - \frac{mg}{2k}.$$

Wysokość, na jaką wzniesie się środek masy układu od chwili rozpoczęcia ruchu, wynosi $H = h + (x_1 + y)/2$. Jeśli $x \leq 2mg/k$, dolna płytka pozostaje w spoczynku, a górna porusza się ruchem harmonicznym wokół położenia równowagi z amplitudą x , czyli wznosi się na maksymalną wysokość $2x$. Zatem odpowiedź na postawione pytanie jest następująca: maksymalna wysokość, na jaką wzniesie się środek masy układu, dana jest wzorem:

$$H = \frac{x}{2} \left(1 + \frac{kx}{4mg} \right) + \frac{mg}{2k}, \text{ gdy } x > \frac{2mg}{k}; \quad H = x, \text{ gdy } x \leq \frac{2mg}{k}.$$

617. Szukane pole magnetyczne ma linie równoległe do B_0 , ponieważ wewnątrz powierzchni walcowej nie płynie żaden prąd. Jeżeli elektron porusza się po okręgu o promieniu R i ma w danej chwili prędkość v , to działająca na niego siła dośrodkowa jest siłą Lorentza: $mv^2/R = evB_0$, zatem jego prędkość $v = eR\alpha t/m$ rośnie liniowo w czasie. Prędkość tę uzyskuje elektron dzięki sile elektrycznej $F_E = ma = eR\alpha$. Wektor natężenia pola elektrycznego o długości $E = \alpha R$ jest styczny do okręgu. Z prawa Maxwella wiemy, że krążenie pola elektrycznego wzdłuż okręgu o promieniu R ma wartość bezwzględną

$$|K_E| = 2\pi RE = \frac{|\Delta\phi_{B_0} + \Delta\phi_{B_1}|}{\Delta t},$$

gdzie $\Delta\phi_{B_0} = \pi\alpha\Delta t(R^2 - r^2)$ jest zmianą w czasie Δt strumienia pola B_0 przez powierzchnię objętą okręgiem, $\Delta\phi_{B_1}$ jest zmianą strumienia szukanego pola B_1 . Ponieważ E nie zależy od czasu, B_1 musi być liniową funkcją czasu:

$$B_1 = \beta t, \quad \Delta\phi_{B_1} = \pi r^2 \beta \Delta t.$$

Wartość szukanego pola magnetycznego dana jest wzorem:

$$B_1 = \frac{\alpha t (R^2 + r^2)}{r^2};$$

zwrot linii pola magnetycznego jest zgodny z B_0 .