Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:
31 VIII 2016

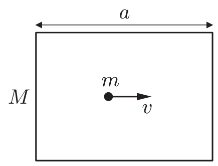
Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl

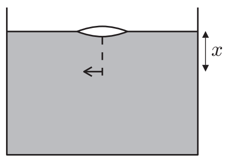
Zadania z fizyki nr 620, 621

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



Rys. 1

620. W chwili początkowej prostokątna ramka o masie M spoczywa na powierzchni poziomej, a mała kulka o masie m porusza się z prędkością v wewnątrz ramki, równolegle do boku o długości a (rys. 1). Kulka zderza się sprężyście ze środkami krótszych boków ramki. Znaleźć czas pomiędzy kolejnymi zderzeniami z tym samym bokiem ramki. Nie ma tarcia.



Rys. 2

621. Dwuwypukła soczewka o promieniach krzywizny R, wykonana ze szkła o współczynniku załamania n_s, zanurzona jest jedną stroną w wodzie (rys. 2). Mały przedmiot znajduje się w wodzie na osi optycznej soczewki, w odległości x od soczewki. Wysokość przedmiotu wynosi h. W soczewce powstaje obraz pozorny. Jakie jest jego powiększenie liniowe? Współczynnik załamania wody jest równy n_w.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 606 ($WT = 2{,}2$), 607 ($WT = 2{,}5$), 608 ($WT = 1{,}4$) i 609 ($WT = 3$) z numerów 11–12/2015

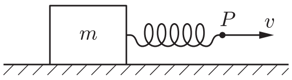
Tomasz Wietecha	Tarnów	47,50
Tomasz Rudny	Warszawa	37,68
Michał Koźlik	Gliwice	33,88
Marian Łupieżowiec	Gliwice	33,32
Jacek Konieczny	Poznań	27,92
Ryszard Woźniak	Kraków	22,51
Bogusław Mikielewicz	Brodnica	22,22
Jan Zambrzycki	Białystok	17,14

Rozwiązania zadań z numeru 2/2016

Przypominamy treść zadań:

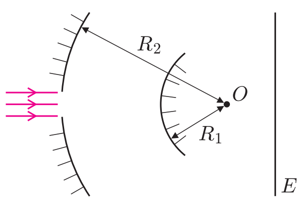
612. Na poziomej powierzchni spoczywa klocek o masie m, do którego doczepiono nieważką sprężynę o współczynniku sprężystości k. W pewnej chwili wolny koniec sprężyny zaczęto ciągnąć tak, że poruszał się on ze stałą poziomą prędkością v. Jaką drogę przebędzie klocek do momentu, w którym osiągnie on prędkość v? Współczynniki tarcia statycznego i kinetycznego między klockiem a podłożem wynoszą odpowiednio μ_s i μ_k, przy czym $\mu_s > \mu_k$.

613. Za pomocą układu koncentrycznych zwierciadeł otrzymano na ekranie ostry obraz Słońca. Promienie krzywizny zwierciadeł wynoszą $R_1 = 12$ cm i $R_2 = 30$ cm. Jaka jest ogniskowa cienkiej soczewki, za pomocą której można otrzymać obraz Słońca o takiej samej wielkości?

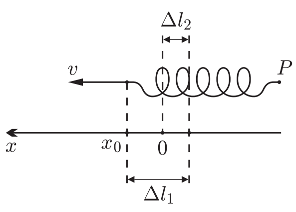


Rys. 3

612. Klocek ruszy z miejsca, gdy rozciągnięcie sprężyny osiągnie wartość $\Delta l_1 = \mu_s mg/k$ i przyjmijmy tę chwilę za początkową. W układzie odniesienia związanym ze swobodnym końcem P sprężyny klocek zacznie oddalać się ruchem harmonicznym od położenia równowagi ($x = 0$ na rys. 5), gdzie wydłużenie sprężyny wynosi $\Delta l_2 = \mu_k mg/k$. W chwili początkowej prędkość klocka wynosi v, a jego odległość od położenia równowagi jest równa $x_0 = \Delta l_1 - \Delta l_2 = (\mu_s - \mu_k)mg/k$. Z zasady zachowania energii maksymalna odległość klocka od położenia równowagi wynosi $A = \sqrt{mv^2/k + m^2g^2(\mu_s - \mu_k)^2/k^2}$. W tym położeniu prędkość klocka względem podłoża osiągnie wartość v. Ruch klocka do chwili, gdy oddali się na maksymalną odległość A, opisuje wzór $x = A\sin(\omega t + \varphi)$, gdzie $\omega = \sqrt{k/m}$. Z warunku początkowego $x(0) = x_0$ otrzymujemy przesunięcie fazowe $\sin\varphi = x_0/A$. Czas t_A, po którym odległość od położenia równowagi osiągnie wartość A, dostajemy ze wzoru $\omega t_A + \varphi = \pi/2$. Odległość klocka od położenia początkowego w układzie związanym z końcem sprężyny równa jest $A - x_0$. Szukana droga przebyta przez klocek w układzie związanym z podłożem wynosi $s = vt_A - (A - x_0)$.



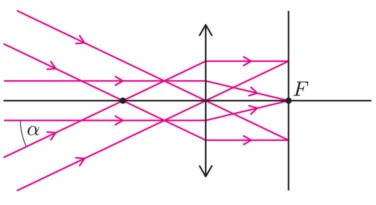
Rys. 4



Rys. 5

613. Z każdego punktu Słońca na soczewkę albo zwierciadło pada wiązka promieni równoległych. Wiązki wychodzące z różnych punktów nie są równoległe do siebie (rys. 6). Obraz Słońca powstaje w płaszczyźnie ogniskowej soczewki albo zwierciadła, a jego promień wynosi $f\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx f\alpha$, gdzie α jest promieniem kątowym Słońca widzianego z Ziemi, a f ogniskową soczewki albo zwierciadła. Obraz pozorny Słońca w zwierciadle wypukłym o ogniskowej $f_1 = -R_1/2$ ma promień $h = |f_1|\alpha$, jest przedmiotem dla zwierciadła wklęsłego o ogniskowej $f_2 = R_2/2$ i znajduje się w odległości od niego równej $x_2 = R_2 - R_1/2$. Obraz, który powstaje w zwierciadle wklęsłym, oddalony jest od niego o $y_2 = \dfrac{R_2(2R_2 - R_1)}{2(R_2 - R_1)}$. Powiększenie tego obrazu wynosi $\dfrac{H}{h} = \dfrac{y_2}{x_2} = \dfrac{R_2}{R_2 - R_1}$, zatem jego promień to $H = \dfrac{R_2}{R_2 - R_1}|f_1|\alpha$. Szukana ogniskowa soczewki wynosi

$$f = \frac{H}{\alpha} = \frac{R_1 R_2}{2(R_2 - R_1)}.$$



Rys. 6