Klub 44

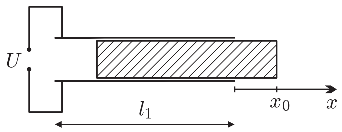
Zadania z fizyki nr 618, 619

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VII 2016

618. Na kartce papieru narysowano w dziesięciokrotnym pomniejszeniu tor kamienia wyrzuconego z prędkością v pod kątem α do poziomu. Po narysowanej krzywej pełznie mały żuczek, którego prędkość ma stałą wartość u. Ile wynosi przyspieszenie żuczka w punkcie odpowiadającym maksymalnej wysokości, na jaką wzniósł się kamień. Oporu powietrza podczas ruchu kamienia nie uwzględniamy.

619. Całą przestrzeń między okładkami kondensatora płaskiego wypełnia płytka dielektryczna o masie m i stałej dielektrycznej ε (rys. 1). Okładki kondensatora mają rozmiary $l_1 \times l_2$, odległość między nimi wynosi d ($l_1 \gg d$, $l_2 \gg d$). Między okładkami utrzymywane jest stałe napięcie U. Płytkę wysunięto z obszaru kondensatora wzdłuż boku o długości l_1 na odległość x_0, a następnie puszczono swobodnie. Zaniedbując tarcie, znaleźć zależność przemieszczenia i prędkości płytki od czasu.



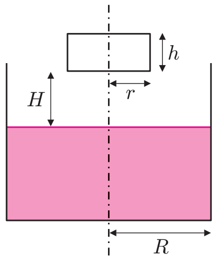
Rys. 1

Rozwiązania zadań z numeru 1/2016

Przypominamy treść zadań:

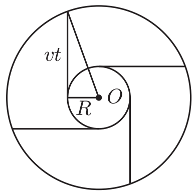
610. Mokre koło o promieniu R obraca się ruchem jednostajnym w płaszczyźnie pionowej wokół nieruchomej osi. Prędkość punktów na obwodzie koła wynosi v. Znaleźć granicę obszaru suchego.

611. Do naczynia w kształcie walca o promieniu R, częściowo wypełnionego cieczą, wpada klocek w kształcie walca o promieniu r i wysokości h (rys. 2). W chwili początkowej odległość dolnej powierzchni klocka od powierzchni cieczy wynosi H, a jego prędkość jest równa zeru. Ile ciepła wydzieli się do chwili, gdy ustanie ruch klocka i cieczy? Gęstość klocka wynosi ρ, gęstość cieczy $\rho_c > \rho$.

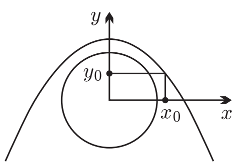


Rys. 2

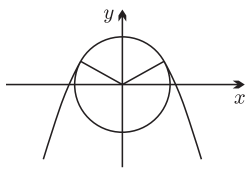
610. Gdyby nie było siły ciężkości, krople oderwane od obręczy koła poruszałyby się po liniach prostych i po czasie t znajdowały się na okręgu o środku w punkcie O (rys. 3) i promieniu $r(t)$, przy czym $r^2(t) = R^2 + v^2t^2$. W polu ciężkości środek okręgu obniża się i w czasie t przebywa drogę $\mathrm{g}t^2/2$. Granica obszaru suchego jest obwiednią okręgów, na których znajdują się w kolejnych momentach krople, które oderwały się jednocześnie od obręczy. Przyjmijmy, że początek układu współrzędnych znajduje się w środku obracającego się koła. Równanie „spadającego” okręgu ma w chwili t postać: $x^2 + (y + \mathrm{g}t^2/2) = r^2(t)$. Rozważmy prostą poziomą $y = y_0$ (rys. 4). Chcemy znaleźć maksymalną wartość współrzędnej x odpowiadającej jednemu z okręgów przecinających tę prostą: $x^2 = R^2 + v^2t^2 - (y_0 + \mathrm{g}t^2/2)^2$. Po prawej stronie równania mamy trójmian kwadratowy względem t^2. Jego wartość maksymalna x_0 spełnia równanie: $x_0^2 = R^2 + v^4/\mathrm{g}^2 - 2v^2y_0/\mathrm{g}$. Rozwiązując to równanie względem y_0, otrzymujemy równanie krzywej opisującej granicę „suchego” obszaru: $y_0 = -\mathrm{g}x_0^2/v^2 + \mathrm{g}R^2/(2v^2) + v^2/(2\mathrm{g})$. Jest to równanie paraboli, której gałęzie są skierowane w dół, a wierzchołek znajduje się na osi y na wysokości $Y = \mathrm{g}R^2/(2v^2) + v^2/(2\mathrm{g})$. Gdy $Y > R$, czyli spełniony jest warunek $v^2 > \mathrm{g}R$, poszukiwana krzywa leży na zewnątrz obręczy. W przeciwnym przypadku granica „mokrego” obszaru przebiega w górnej części po obręczy (rys. 5), a następnie gładko przechodzi w gałęzie paraboli.



Rys. 3



Rys. 4



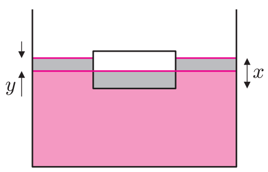
Rys. 5

611. Oznaczmy przez x głębokość zanurzenia klocka po ustaleniu się równowagi, a przez y wzrost poziomu cieczy w naczyniu (rys. 6). Zgodnie z prawem Archimedesa $x = h\rho/\rho_c$. Z rysunku widać, że zachodzi związek $\pi r^2(x - y) = \pi(R^2 - r^2)y$. Stąd $y = h\rho r^2/(\rho_c R^2)$. Wzrost poziomu cieczy możemy też wyliczyć, wiedząc, że parcie na dno zwiększyło się o ciężar klocka, a z drugiej strony ciśnienie na dno zwiększyło się o wartość $\rho_c \mathrm{g}y$. Zatem zachodzi związek $\pi r^2 h\rho\mathrm{g} = \pi R^2\rho_c\mathrm{g}y$. Po ustaleniu się równowagi energia potencjalna klocka zmalała o wielkość $\Delta E_1 = \pi r^2 h\rho\mathrm{g}(H + x - y)$. Energia potencjalna cieczy wzrosła o

$$\Delta E_2 = \pi r^2(x - y)\rho_c\mathrm{g}(x - y/2 - (x - y)/2) = \pi r^2\rho_c\mathrm{g}(x - y)x/2.$$

Wydzielone ciepło wynosi

$$Q = \Delta E_1 - \Delta E_2 = \frac{1}{2}\pi r^2\rho\mathrm{g}h\left[H + \frac{h\rho}{2\rho_c}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right].$$



Rys. 6