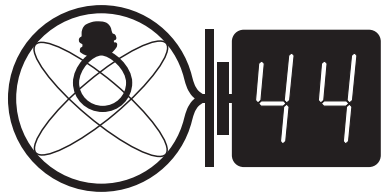


Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*



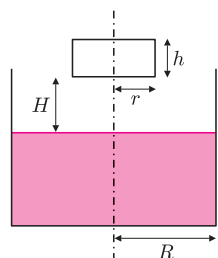
Termin nadsyłania rozwiązań: 31 III 2016

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl

Zadania z fizyki nr 610, 611

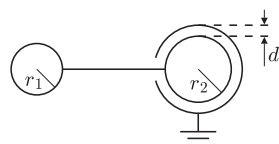
Redaguje *Elżbieta ZAWISTOWSKA*



Rys. 1

610. Mokre koło o promieniu R obraca się ruchem jednostajnym w płaszczyźnie pionowej wokół nieruchomej osi. Prędkość punktów na obwodzie koła wynosi v . Znaleźć granicę obszaru suchego.

611. Do naczynia w kształcie walca o promieniu R , częściowo wypełnionego cieczą, wpada klocek w kształcie walca o promieniu r i wysokości h (rys. 1). W chwili początkowej odległość dolnej powierzchni klocka od powierzchni cieczy wynosi H , a jego prędkość jest równa zero. Ile ciepła wydzieli się do chwili, gdy ustanie ruch klocka i cieczy? Gęstość klocka wynosi ρ , gęstość cieczy $\rho_c > \rho$.

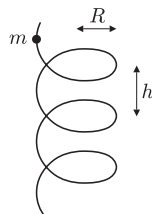


Rys. 2

Przypominamy treść zadań:

602. Dwie przewodzące kule o promieniach r_1 i r_2 , połączone przewodzącym drutem, znajdują się w dużej odległości od siebie. Kula o promieniu r_2 otoczona jest uziemioną sferą przewodzącą z małym otworkiem (rys. 2). Odległość sfery od kuli wynosi d i jest dużo mniejsza od promienia kuli. Kule naładowano ładunkiem Q . Wyznacz rozmieszczenie ładunku na kulach.

603. Po ustawionej pionowo sztywnej spirali zsuwa się z zerową prędkością początkową mały koralik o masie m . Promień spirali wynosi R , skok spirali (odległość między sąsiednimi zwojami) wynosi h (rys. 3). Znaleźć wartość przyspieszenia koralika na końcu n -tego zwoju. Tarcie zaniedbać.



Rys. 3

602. Oznaczmy ładunki na kulach o promieniach r_1 i r_2 odpowiednio przez q_1 i q_2 . Zachodzi związek

$$(1) \quad Q = q_1 + q_2.$$

Kule połączone drutem tworzą jeden przewodnik, więc ich potencjały są jednakowe:

$$(2) \quad \frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} + \frac{q}{r_2 + d},$$

gdzie q jest ładunkiem indukowanym na uziemionej sferze. Potencjał sfery jest równy zero:

$$\frac{q}{r_2 + d} + \frac{q_2}{r_2 + d} = 0.$$

Stąd mamy $q = -q_2$. Podstawiając to do (2) i uwzględniając warunek $d \ll r_2$, otrzymujemy związek:

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_2}{r_2 + d}.$$

Uwzględniając (1), otrzymujemy:

$$q_1 = \frac{Qr_1d}{r_2d + r_2^2}.$$

603. Ruch koralika jest złożeniem ruchu po okręgu o promieniu R i ruchu w kierunku pionowym. Prędkość koralika v w danej chwili można rozłożyć na składowe – poziomą $v_1 = v \cos \alpha$ i pionową $v_2 = v \sin \alpha$, gdzie α jest kątem, jaki tworzy z poziomą styczna do spirali (rys. 4). Przyspieszenie koralika jest sumą wektorową składowej prostopadłej do toru, związanej z ruchem po okręgu, która wynosi

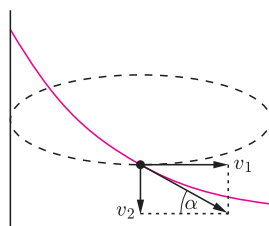
$$a_n = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{R},$$

oraz składowej stycznej do toru a_s . Składową styczną można znaleźć, rozwijając myślowo zwoj spirali na płaszczyźnie. Otrzymamy wtedy równie pochyłą nachyloną do poziomu pod kątem α , o podstawie $2\pi R$ i wysokości h . Składowa styczna do toru wynosi

$$a_s = g \sin \alpha = \frac{gh}{\sqrt{h^2 + 4\pi^2 R^2}}.$$

Prędkość koralika po przebyciu n zwojów otrzymujemy, korzystając z zasady energii mechanicznej: $v^2 = 2ghn$. Szukana wartość przyspieszenia jest równa

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_s^2} = \frac{gh\sqrt{h^2 + 4\pi^2 R^2} + 64\pi^2 n^2 R^2}{h^2 + 4\pi^2 R^2}.$$



Rys. 4

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 594 ($WT = 2,65$), 595 ($WT = 4,00$), 596 ($WT = 2,20$), 597 ($WT = 3,25$), 598 ($WT = 3,82$), 599 ($WT = 3,40$), 600 ($WT = 4,00$) i 601 ($WT = 3,25$) z numerów 3–6/2015

Tomasz Rudny	Warszawa	37,68
Tomasz Wietecha	Tarnów	29,64
Marian Łupieżowicz	Gliwice	28,11
Jacek Konieczny	Poznań	27,92
Michał Koźlik	Gliwice	26,32
Ryszard Woźniak	Kraków	22,51