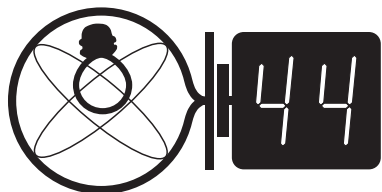


Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl



Rozwiązania zadań z numeru 4/2014

Redaguje **Elżbieta ZAWISTOWSKA**

Przypominamy treść zadań:

576. Z równi pochyłej nachylonej do poziomu pod kątem α zsuwają się dwa klocki o jednakowych masach m , połączone nieważką sprężyną o współczynniku sprężystości k (rys. 1). W chwili początkowej sprężyna jest nieodkształcona, a prędkości klocków są równe zeru. Współczynnik tarcia między drugim klockiem a równią wynosi μ , przy czym $\mu < \tan \alpha$. Między pierwszym klockiem a równią tarcia nie ma. Znaleźć maksymalne wydłużenie sprężyny oraz inne wielkości charakteryzujące ruch klocków.

577. Na powierzchni długiego, nieprzewodzącego walca o promieniu R równomiernie rozłożony jest ładunek o gęstości powierzchniowej σ . Walec znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B_0 , którego linie są równoległe do osi walca. Znaleźć prędkość kątową walca po wyłączeniu zewnętrznego pola magnetycznego. Walec ma jednorodną gęstość ρ .

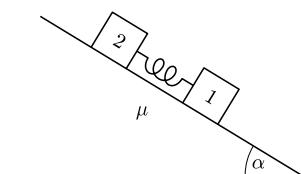
576. Ponieważ spełniony jest warunek $\mu < \tan \alpha$, oba klocki ruszają jednocześnie. Środek masy układu porusza się z przyspieszeniem $a = g \sin \alpha - \frac{1}{2} \mu g \cos \alpha$. Dalej rozważać będziemy problem w układzie środka masy.

Masy klocków są jednakowe, zatem środek masy układu S znajduje się w połowie odległości między klockami, a ich ruch jest symetryczny względem środka masy. Możemy więc ograniczyć się do rozpatrzenia ruchu jednego z klocków.

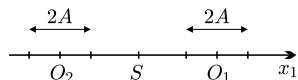
Wypadkowa siła, działająca na klocek pierwszy, wynosi $F_1 = mg \sin \alpha - kx = \frac{1}{2} \mu mg \cos \alpha - kx$, gdzie x jest odkształceniem sprężyny ($x > 0$, gdy sprężyna jest rozciągnięta). Gdy $F_1 = 0$, czyli w stanie równowagi, wydłużenie sprężyny jest równe $\Delta l = \frac{\mu mg \cos \alpha}{2k}$. Niech x_1 oznacza współrzędną pierwszego klocka

względem położenia równowagi O_1 (patrz rys. 2). Możemy wtedy napisać $F_1 = \frac{1}{2} \mu mg \cos \alpha - k(\Delta l + 2x_1) = -2kx_1$. Klocki poruszają się więc względem środka masy ruchem harmonicznym z okresem $T = 2\pi \sqrt{2k/m}$. W chwili początkowej $x_1 = \Delta l/2$, zatem amplitudy drgań wynoszą $A = \frac{\mu mg \cos \alpha}{4k}$.

Maksymalne wydłużenie sprężyny jest równe $x_{\max} = 4A$.



Rys. 1



Rys. 2

577. Oznaczmy przez Δt czas, w którym następuje wyłączenie zewnętrznego pola magnetycznego. Zmiana strumienia tego pola przez powierzchnię przekroju poprzecznego walca powoduje powstanie stycznego do powierzchni walca pola elektrycznego, które działa na ładunek na powierzchni walca i wywołuje jego obrót. Z kolei poruszający się ładunek powierzchniowy wytwarza wewnątrz walca dodatkowe pole magnetyczne, które zgodnie z regułą przekory rośnie w czasie i skierowane jest zgodnie z polem B_0 . Oznaczmy maksymalną wartość wektora tego pola przez B . Zgodnie z prawem Faradaya

$$K_E = 2\pi RE = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\pi R^2 (B_0 - B)}{\Delta t},$$

gdzie przez K_E oznaczyliśmy krążenie pola elektrycznego E wzdłuż okręgu o promieniu R otaczającego przekrój poprzeczny walca, a przez Φ_B

strumień pola magnetycznego przez powierzchnię tego przekroju. Wartość indukowanego pola magnetycznego, gdy obracający się walec osiągnie końcową prędkość kątową ω wynosi $B = \mu_0 j$, gdzie $j = 2\pi R\sigma\omega$ jest natężeniem prądu na jednostkę długości walca. Średni moment siły zwiększający prędkość kątową walca w czasie Δt dany jest wzorem $M = QER$, gdzie $Q = 2\pi Rl\sigma$ jest całkowitym ładunkiem na powierzchni walca o długości l . Równanie ruchu obrotowego walca ma postać $I \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = M$. Moment bezwładności pełnego walca to $I = \frac{\pi}{2} \rho R^4 l$, zaś $\Delta \omega = \omega$. Wstawiając natężenie pola E z prawa Faradaya do równania ruchu obrotowego, otrzymujemy szukaną prędkość kątową:

$$\omega = \frac{2\sigma B_0}{R(\rho + 2\mu_0 \sigma^2)}.$$