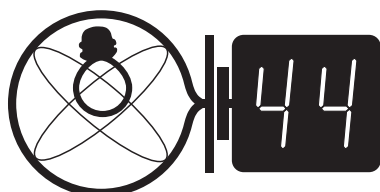


Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl



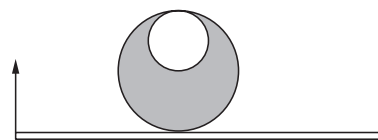
Rozwiązania zadań z numeru 3/2014

Redaguje *Elżbieta ZAWISTOWSKA*

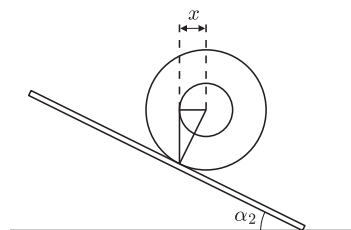
Przypominamy treść zadań:

574. Na desce leży walec o promieniu R z wydrążeniem w kształcie walca o promieniu $R/2$ stycznym do osi walca (rys. 1). Deskę zaczynamy wolno podnosić za jeden koniec. Znaleźć kąt graniczny nachylenia deski, przy którym walec pozostanie jeszcze w równowadze. Współczynnik tarcia walca o deskę jest równy $\mu = 0,2$.

575. Okładki płaskiego kondensatora powietrznego o powierzchni S i wysokości h są skierowane pionowo i zanurzone w cieczy o stałej dielektrycznej ϵ do wysokości $h/3$. Oblicz ładunek, jakim naładowany jest kondensator, jeżeli w stanie równowagi ciecz wypełnia całą przestrzeń między okładkami. Gęstość cieczy wynosi ρ , odległość między okładkami jest mała w porównaniu z rozmiarami liniowymi okładek.



Rys. 1



Rys. 2

R 574. Należy porównać kąt nachylenia deski α_1 , powyżej którego walec zacznie się zsuwać, i kąt α_2 , powyżej którego zacznie się toczyć. Pierwszy warunek ma postać $\text{tg } \alpha_1 = \mu = 0,2$.

Niech x oznacza odległość środka masy wydrążonego walca od jego środka geometrycznego. Traktując walec pełny o masie m i promieniu R jako złożenie walca wydrążonego o masie $\frac{3}{4}m$ i walca o masie $\frac{1}{4}m$ promieniu $\frac{1}{2}R$ w miejscu wydrążenia, otrzymujemy związek $\frac{3}{4}mx = \frac{1}{8}mR$, skąd $x = \frac{1}{6}R$. Gdy deskę powoli podnosimy, wydrążony walec obraca się, a jego środek masy przesuwa się po okręgu o promieniu x (określamy położenie na prostej pionowej przechodzącej przez punkt styczności walca z deską). Moment siły ciężkości względem tego punktu jest wówczas równy 0. Kąt nachylenia deski, powyżej którego walec zacznie się staczać, określa warunek $\sin \alpha_2 = \frac{x}{R} = \frac{1}{6}$. Ponieważ $\sin \alpha_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}} > \sin \alpha_2$, walec straci równowagę, gdy kąt nachylenia deski przekroczy $\arcsin \frac{1}{6}$ i walec zacznie się toczyć bez poślizgu.

R 575. Rozważmy sytuację, gdy poziom cieczy w kondensatorze znajduje się na wysokości x nad poziomem cieczy w naczyniu. Siła elektryczna $F(x)$ spowodowana niejednorodnością pola elektrycznego na brzegu kondensatora, pracując na małym odcinku Δx (dla którego można przyjąć, że wartość siły nie zmienia się), powoduje zmniejszenie energii elektrycznej kondensatora:

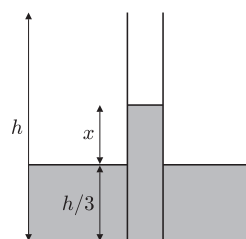
$F(x)\Delta x = W_E(x) - W_E(x + \Delta x)$, gdzie $W_E(x) = \frac{Q^2}{2c(x)}$, zaś $c(x)$ jest pojemnością zastępczą dwóch kondensatorów połączonych równolegle – powietrznego o wysokości $\frac{2}{3}h - x$ oraz wypełnionego dielektrykiem o wysokości $\frac{1}{3}h + x$. Wyrażenie na siłę elektryczną możemy obliczyć bezpośrednio z wzoru $F(x) = -\frac{\Delta W_E}{\Delta x}$ przy $\Delta x \rightarrow 0$ lub obliczyć pochodną

$$F(x) = -\frac{dW_E}{dE} = \frac{Q^2 d(\epsilon - 1)}{2\epsilon a \left(\frac{(2+\epsilon)h}{3} + (\epsilon - 1)x \right)},$$

gdzie $a = S/h$ jest szerokością okładek kondensatora, zaś d odległością między okładkami. Wartość siły grawitacji działającej na ciecz wciągniętą do kondensatora wynosi $P(x) = \rho g a dx$. Z warunku równowagi sił elektrycznej i grawitacyjnej dla $x = \frac{2}{3}h$ otrzymujemy szukaną wartość ładunku

$$Q = 2S\epsilon \sqrt{\frac{\epsilon \rho g}{3(\epsilon - 1)}}.$$

Zadanie można też rozwiązać, poszukując minimum energii układu.



Rys. 3