Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

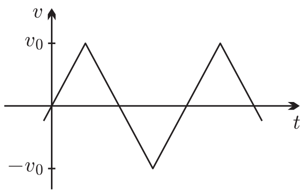
Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Zadania z fizyki nr 578, 579

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VII 2014

578. Ciało znajduje się na desce nachylonej pod kątem α do poziomu. Deska wykonuje podłużne oscylacje: jej prędkość zmienia się z dużą częstością w sposób przedstawiony na rysunku. Znaleźć średnią prędkość ciała, wiedząc, że amplituda zmian prędkości wynosi v_0, a współczynnik tarcia ciała o deskę jest równy μ.



579. Reakcja jądrowa $^{14}\mathrm{N} + {}^{4}\mathrm{He} \to {}^{17}\mathrm{O} + {}^{1}p$ może zachodzić, gdy energia kinetyczna cząstek α padających na nieruchome jądra azotu przewyższa energię progową $E_p = 14{,}5$ MeV. O ile energia kinetyczna cząstek α musi przewyższać energię progową, aby powstające w wyniku reakcji protony miały zerową prędkość?

Rozwiązania zadań z numeru 1/2014

Przypominamy treść zadań:

570. Pręt o długości l, promieniu r i masie m porusza się wewnątrz pionowej rury o promieniu $R \ll l$, wypełnionej nieściśliwą cieczą o gęstości ρ, wzdłuż jej osi. Gęstość pręta jest mniejsza od gęstości cieczy. Znaleźć przyspieszenie pręta. Opory ruchu (lepkość cieczy) można zaniedbać.

571. W pionowej, wąskiej rurce o długości $2l$ dolny koniec jest zamknięty, a górny otwarty. W dolnej połowie znajduje się gaz doskonały o temperaturze T_1, górna połowa jest wypełniona rtęcią. Ciśnienie zewnętrzne jest równe ciśnieniu słupka rtęci o wysokości l. Do jakiej temperatury wystarczy ogrzać gaz w rurce, aby cała rtęć została z niej wyparta?

570. Pręt porusza się do góry i w danej chwili ma prędkość v. Ciecz wypierana przez górny koniec pręta przemieszcza się w dół i wypełnia miejsce zwolnione przez dolną część pręta. Pomijając niewielkie obszary w pobliżu końców pręta, można przyjąć, że prędkość cieczy v_1 między prętem i ściankami rury jest wszędzie taka sama. Ponieważ ciecz jest nieściśliwa, mamy związek: $\pi r^2 v = \pi(R^2 - r^2)v_1$. Energię kinetyczną poruszającej się cieczy o masie m_c możemy zapisać w postaci: $m_c\frac{v_1^2}{2} = \pi(R^2-r^2)l\rho\frac{v_1^2}{2} = m_1\frac{v^2}{2}$, gdzie $m_1 = V\rho\frac{r^2}{R^2-r^2}$, $V = \pi r^2 l$ jest objętością pręta. Zasada zachowania energii ma postać:

$$V\rho g h - mgh = (m+m_1)\frac{v_2}{2},$$

gdzie h jest wysokością, na jaką podniósł się pręt, gdy osiągnął prędkość

$$v = \sqrt{\frac{2gh(V\rho - m)}{m+m_1}}.$$

Jest to prędkość końcowa w ruchu jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem $a = \frac{(\pi r^2 l\rho - m)g}{m+m_1}$. Pręt porusza się, jakby jego masa zwiększyła się o m_1. Siła, z jaką poruszająca się ciecz działa na pręt, dana jest wzorem:

$$F = m(a+g) = \frac{mg(V\rho + m_1)}{m+m_1}.$$

571. Rozważmy stan równowagi, w którym słupek gazu w rurce ma wysokość x. Temperaturę gazu $T(x)$ możemy otrzymać z równania Clapeyrona: $p(x)xS = nRT(x)$, gdzie S jest powierzchnią przekroju rurki, a warunek równowagi ciśnień ma postać $p(x) = \rho g(3l - x)$, gdzie ρ jest gęstością rtęci. Temperatura jest kwadratową funkcją x:

$$T(x) = \frac{\rho g S(-x^2 + 3lx)}{nR}$$

i ma maksimum dla $x = \frac{3l}{2}$. Temperatura T_0, do której wystarczy ogrzać gaz w rurce, wynosi więc $T_0 = \frac{9\rho g S l^2}{4nR}$. Uwzględniając, że w stanie początkowym $T_1 = \frac{2\rho g S l^2}{nR}$, otrzymujemy ostatecznie:

$$T_0 = \frac{9}{8}T_1.$$