Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 30 XI 2013

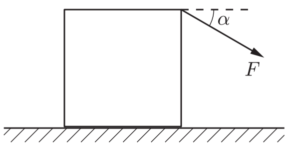
Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

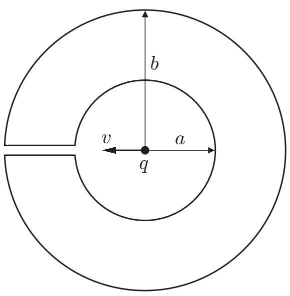
Zadania z fizyki nr 562, 563

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



Rys. 1

562. Sześcian o masie m stoi na powierzchni poziomej. Z jaką minimalną siłą F i pod jakim kątem α do poziomu (rys. 1) należy ciągnąć sześcian za środek górnej krawędzi, żeby przewrócił się bez poślizgu, jeżeli współczynnik tarcia wynosi μ? Siła F jest prostopadła do górnej krawędzi sześcianu.

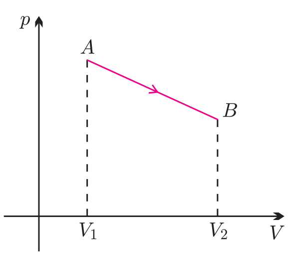


Rys. 2

563. W środku nieruchomej, wydrążonej, przewodzącej kuli o promieniach wewnętrznym a i zewnętrznym b umieszczono cząstkę o masie m naładowaną ładunkiem $q>0$ (rys. 2). Jaką prędkość należy nadać cząstce, aby przez wąską szczelinę oddaliła się do nieskończoności? Przenikalność elektryczna próżni ε_0 jest dana.

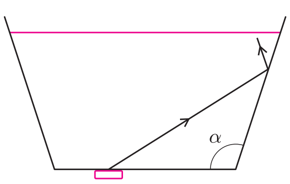
Rozwiązania zadań z numeru 5/2013

Przypominamy treść zadań:



Rys. 3

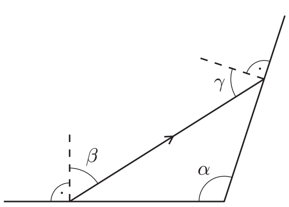
558. Jednoatomowy gaz doskonały poddano przemianie przedstawionej na wykresie pV (rys. 3). Końce odcinka AB leżą na tej samej izotermie, a odpowiadające im objętości wynoszą V_1 i V_2. Jaka jest część odcinka AB, dla której gaz pobiera ciepło w tej przemianie?



Rys. 4

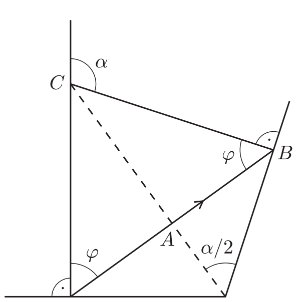
559. Cienkie szklane naczynie ma w przekroju kształt trapezu, a jego dno ma kształt prostokąta (rys. 4). Do naczynia nalano wody o współczynniku załamania $n=1{,}33$. Jaką wartość musi mieć kąt α między podstawą a ścianką naczynia, aby przez boczną ściankę nie było widać monety umieszczonej pod dnem naczynia?

558. Ciśnienie w przemianie AB zmienia się liniowo zgodnie ze wzorem $p = p_0 - \alpha V$. Oznaczając przez T temperaturę w punktach A i B, otrzymujemy, korzystając z równania Clapeyrona $p_0 = nRT(V_1+V_2)/(V_1V_2)$, $\alpha = nRT/(V_1V_2)$, gdzie n oznacza liczbę moli gazu, a R jest stałą gazową. Rozważmy badaną przemianę w małym przedziale objętości ΔV. Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki ciepło tam przekazane wynosi $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$. Zmiana energii wewnętrznej dana jest wzorem $\Delta U = nc_V\Delta T$, gdzie molowe ciepło właściwe c_V przy stałej objętości dla gazu jednoatomowego wynosi $3R/2$. Zmiana temperatury w badanym przedziale wynosi $\Delta T = (p_0 - 2\alpha V)\Delta V/(nR)$, gdzie pominęliśmy wyraz proporcjonalny do $(\Delta V)^2$. Gaz pobiera ciepło, gdy $\Delta Q = \left(\frac{5}{2}p_0 - 4\alpha V\right)\Delta V > 0$, czyli gdy $V < 5p_0/(8\alpha)$. Zatem ciepło w przemianie AB pobierane jest na odcinku AD, gdzie objętość, odpowiadająca punktowi D, wynosi $V_D = 5(V_1+V_2)/8$.



Rys. 5

559. Niech β będzie kątem załamania promienia przechodzącego z warstwy powietrza między monetą a dnem naczynia do wody (rys. 5). Dno naczynia powoduje tylko niewielkie, równoległe przesunięcie promienia padającego, co nie wpływa na wynik obserwacji. Ponieważ promień przeszedł z powietrza do wody, wartość β nie przekracza wartości kąta granicznego φ: $\sin\beta \leqslant \sin\varphi = 1/n$. Promień padający na boczną ściankę naczynia pod kątem γ nie wyjdzie na zewnątrz, gdy $\gamma \geqslant \varphi$. Zmniejszenie kąta β powoduje zwiększenie kąta γ, wystarczy więc rozważyć przypadek graniczny, gdy $\beta = \gamma$. Rozważmy sytuację, gdy oba kąty β i γ mają wartość graniczną. W trójkącie ABC na rysunku 6 mamy wtedy $\varphi = \alpha/2$. Zatem nie zobaczymy monety przez boczną ściankę, gdy $\sin(\alpha/2) \geqslant 1/n = 0{,}752$, czyli $\alpha \geqslant 97°30'$.



Rys. 6