Klub 44

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 550 ($WT = 1{,}24$) i 551 ($WT = 2{,}32$) z numeru 1/2013

Tomasz Wietecha	Tarnów	44,48
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	43,72
Andrzej Idzik	Bolesławiec	35,06
Krzysztof Magiera	Łosiów	33,91
Michał Koźlik	Gliwice	24,63

Po raz dziewiąty liczbę 44 punktów przekroczył Tomasz Wietecha. Gratulujemy!

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

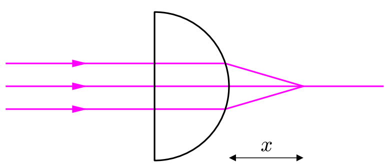
Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 3/2013

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Przypominamy treść zadań:

554. Wzdłuż gumowego sznura o długości l i współczynniku sprężystości k zsuwa się w kierunku pionowym żelazny pierścień o masie m. Siła tarcia między powierzchnią sznura a pierścieniem wynosi T. Wyznacz ciepło, które się przy tym wydziela.

555. Wąska wiązka światła po przejściu przez półkulę ze szkła o współczynniku załamania n skupia się w odległości x od powierzchni wypukłej (rys. 1). W jakiej odległości od powierzchni płaskiej skupią się promienie, jeżeli wiązkę światła przepuścimy przez półkulę z drugiej strony?



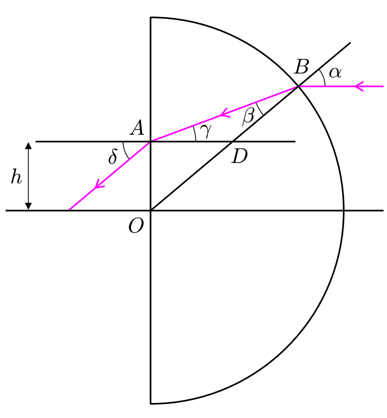
Rys. 1

554. Oznaczmy przez Δl maksymalne wydłużenie sznura. Stwierdzenie, że pierścień jest żelazny, wskazuje, że masę sznura możemy zaniedbać w porównaniu z masą pierścienia. Wtedy mamy $T - k\Delta l \approx 0$. Na sznur działa siła tarcia, która powoduje jego wydłużenie, czyli wzrost energii sprężystości oraz wydzielanie się ciepła Q: $T(l+\Delta l) = Q + k(\Delta l)^2/2$. Wiedząc, że $\Delta l = T/k$, otrzymujemy:

$$Q = T\left(l + \frac{T}{2k}\right).$$

Zadanie można też rozwiązać, rozważając siły działające na pierścień. Zmiana energii kinetycznej pierścienia równa jest pracy wypadkowej sił ciężkości i tarcia: $\frac{mv^2}{2} = (mg - T)(l + \Delta l)$, natomiast zasada zachowania energii dla całego układu sznur–pierścień ma postać: $\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta l)^2}{2} + Q = mg(l+\Delta l)$. Odejmując te równania stronami, otrzymujemy taki sam wynik jak poprzednio.

555. Oznaczmy promień krzywizny półkuli przez R. Gdy wiązka pada prostopadle na płaską powierzchnię szkła, biegnie przez szkło bez zmiany kierunku. Odległość x nie zmieni się, gdy wiązkę przepuścimy przez cienką soczewkę płasko-wypukłą ze szkła o promieniu krzywizny R umieszczoną w powietrzu (rys. 1). Ogniskowa tej soczewki jest równa x, mamy więc związek $R = (n-1)x$.



Rys. 2

Rozważmy wiązkę padającą na półkulę od strony wypukłej. Oznaczmy przez $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ kąty padania i załamania przy przechodzeniu światła z jednego ośrodka do drugiego, jak na rysunku 2. Założenie, że wiązka światła jest wąska, oznacza, że odległości promieni od osi optycznej są małe w porównaniu z promieniem krzywizny i możemy stosować przybliżenia właściwe dla małych kątów. Korzystając z prawa załamania, otrzymujemy:

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n \approx \frac{\delta}{\gamma} \quad \text{oraz} \quad \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{1}{n} \approx \frac{\beta}{\alpha}.$$

Kąt α jest kątem zewnętrznym w trójkącie ABD, zatem $\alpha = \beta + \gamma$. Niech h będzie odległością promienia wychodzącego z półkuli od osi optycznej. Stosując twierdzenie sinusów do trójkąta OAB, otrzymujemy: $\frac{h}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin(\frac{\pi}{2}+\delta)}$, a w przybliżeniu $h/R \approx \beta$. Szukaną odległość f punktu skupienia promieni od powierzchni płaskiej dostajemy ze związków:

$$h/f = \delta = n\gamma = n(\alpha - \beta) = n\beta(n-1) = n(n-1)h/R.$$

Ostatecznie $f = x/n$.