Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 2012

Zadania z fizyki nr 544, 545

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

544. Cienkościenna, nieprzewodząca sfera o promieniu R i masie M naładowana jest równomiernie ładunkiem Q. W sferze znajdują się dwa niewielkie otwory leżące na tej samej średnicy. Cząstka o masie m i ładunku q jednoimiennym z Q zaczyna zbliżać się do sfery z bardzo dużej odległości wzdłuż prostej przechodzącej przez otwory, z prędkością początkową v. W chwili początkowej sfera spoczywa. Ile czasu cząstka znajdować się będzie wewnątrz sfery? Przyjmij, że efekty magnetyczne są zaniedbywalne.

545. Satelita poruszający się po orbicie kołowej o promieniu R wokół planety o promieniu r został przyhamowany i zaczął poruszać się po orbicie eliptycznej, stycznej do powierzchni planety. Wyznaczyć czas spadania satelity na planetę. Przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni planety wynosi $\mathbf{g}$.

Rozwiązania zadań z numeru 6/2012

Przypominamy treść zadań:

540. Po poziomym torze rusza z miejsca długi pociąg towarowy i na drodze $l = 1$ km osiąga prędkość $v = 60$ km/h. Lokomotywa ma masę $M = 200$ ton, a każdy z czteroosiowych wagonów o masie $m_1 = 20$ ton ma ładowność $m_2 = 80$ ton i koła o promieniu $r = 500$ mm. Ile maksymalnie obciążonych wagonów może mieć ten pociąg?

541. Szklana kulka o średnicy 5 mm znajduje się roztworze gliceryny. W chwili początkowej kulka ta została upuszczona i zaczęła spadać. Znaleźć początkowe przyspieszenie i prędkość graniczną, jaką osiągnie kulka.

540. Siła ciągu F_c to tarcie statyczne kół lokomotywy o szyny, a opory ruchu F_{op} to siły tarcia tocznego. Podczas rozpędzania się pociągu zachodzi równość

$$F_c - F_{\mathrm{op}} = (M + nm)a, \quad \text{czyli} \quad \mu M\mathrm{g} - nkm\mathrm{g}/r = (M + nm)a,$$

gdzie μ to współczynnik tarcia statycznego, a k – tarcia tocznego, $m = m_1 + m_2$ jest masą obciążonego wagonu, zaś n to ilość wagonów. Ponieważ $al = v^2/2$, więc

$$n \leqslant \frac{M(\mu\mathrm{g} - a)}{m(k\mathrm{g}/r + a)} = \frac{M(\mu\mathrm{g} - v^2/2l)}{m(k\mathrm{g}/r + v^2/2l)}.$$

Jeżeli przyjmiemy, że dla stali $\mu = 0{,}15$ i $k = 5 \cdot 10^{-5}$ m, otrzymamy maksymalną liczbę wagonów równą 19.

541. Oznaczmy przez r promień kulki, przez v jej prędkość i przez a przyspieszenie. Przyjmijmy realistyczne założenie, że gęstość gliceryny to $\rho_g = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3, gęstość szkła $\rho_s = 2{,}53 \cdot 10^3$ kg/m^3, a lepkość dynamiczna jest równa $\eta = 5 \cdot 10^{-2}$ Pa $\cdot$ s. Równanie ruchu kulki w cieczy jest następujące:

$$m\mathrm{g} - F_w - F_{\mathrm{op}} = ma,$$

gdzie F_w jest siłą wyporu, a F_{op} siłą oporów ruchu działającą na kulkę. Jeżeli założymy, iż lepkość gliceryny jest tak duża, że można posługiwać się prawem Stokesa, będziemy mieli $F_{\mathrm{op}} = 6\pi\eta vr$. Stąd oraz z prawa Archimedesa otrzymamy wyrażenie, z którego można wyznaczyć przyspieszenie kulki:

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho_s\mathrm{g} - \frac{4}{3}\pi r^3\rho_g\mathrm{g} - 6\pi\eta vr = \frac{4}{3}r^3\rho_s a.$$

Prędkość graniczną znajdujemy z warunku, że przyspieszenie ma być równe zeru. Zatem

$$v = \frac{2r^2\mathrm{g}(\rho_s - \rho_g)}{9\eta} \approx 0{,}36 \text{ m/s}.$$

To pozwoli obliczyć, że liczba Reynoldsa wynosi

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_g vr}{\eta} \approx 22,$$

a więc jest tak mała, że posłużenie się prawem Stokesa było uzasadnione.

Przyspieszenie początkowe można otrzymać z równania ruchu dla prędkości równej zeru:

$$a_0 = \frac{(\rho_s - \rho_g)}{\rho_s}\mathrm{g} \approx 5{,}3 \text{ m/s}^2.$$