

μαθητῶν βοήθησε στην επίλυση των προβλημάτων. Η λύση των προβλημάτων είναι η λύση των προβλημάτων. Η λύση των προβλημάτων είναι η λύση των προβλημάτων.



Termin nadsyłania rozwiązań:  
31 VIII 2012

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F**  
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań  
528 ( $WT = 2,25$ ) i 529 ( $WT = 2,40$ )  
z numeru 12/2011

|                     |           |       |
|---------------------|-----------|-------|
| Marian Łupieżowiec  | Gliwice   | 41,85 |
| Jacek Piotrowski    | Rzeszów   | 41,02 |
| Michał Koźlik       | Gliwice   | 36,95 |
| Andrzej Nowogrodzki | Chocianów | 36,71 |
| Krzysztof Magiera   | Łosiów    | 20,98 |

### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl)

### Zadania z fizyki nr 540, 541

Redaguje Ewa CZUCHRY

**540.** Po poziomym torze rusza z miejsca długi pociąg towarowy i na drodze  $l = 1$  km osiąga prędkość  $v = 60$  km/h. Lokomotywa ma masę  $M = 200$  ton, a każdy z czteroosiowych wagonów o masie  $m_1 = 20$  ton ma ładowność  $m_2 = 80$  ton i koła o promieniu  $r = 500$  mm. Ile maksymalnie obciążonych wagonów może mieć ten pociąg?

**541.** Szklana kulka o średnicy 5 mm znajduje się roztworze gliceryny. W chwili początkowej kulka ta została upuszczona i zaczęła spadać. Znaleźć początkowe przyspieszenie i prędkość graniczną, jaką osiągnie kulka.

### Rozwiązania zadań z numeru 2/2012

Redaguje Jerzy B. BROJAN

Przypominamy treść zadań:

**532.** Ciężarek o masie  $m_1$  wisiał na sprężynie o stałej sprężystości  $k$  i drgał z amplitudą  $A_1$ . Z góry sypie się w tempie  $\alpha = dm/dt$  cienki strumień piasku, który spada ze stałą prędkością  $v_p$  (stałą wskutek np. działania siły oporu powietrza). Piasek pada na ciężarek i przykleja się, dalej drgając razem z nim. Po czasie długim w porównaniu z okresem drgań masa ciężarka wraz z piaskiem wzrosła do wartości  $m_2$ . Znaleźć końcową amplitudę drgań. Założyć, że prędkość ruchu ciężarka nie przekraczała prędkości spadku piasku.

**533.** Wodór  $H_2$  znajduje się w temperaturze 300 K pod ciśnieniem 100 Pa w naczyniu o stałej objętości. Ile będzie wynosić ciśnienie w naczyniu, jeśli ogrzać wodór do temperatury  $3 \cdot 10^6$  K?

**532.** Przyjmijmy, że ciężarek porusza się z prędkością  $v$  do góry, wtedy jego prędkość względem piasku wynosi  $v + v_p$ . Ponieważ masa piasku na jednostkę długości strumienia jest równa  $\alpha/v_p$ , więc masa piasku przyklejonego w ciągu czasu  $dt$  wynosi  $dm' = \alpha(v + v_p)dt/v_p$ . Energia przekształcona w ciepło jest równa

$$dQ = \frac{1}{2}(v + v_p)^2 dm' = \frac{\alpha}{2v_p}(v + v_p)^3 dt.$$

W ciągu jednego okresu masa ciężarka nie zmienia się znacząco i można przyjąć, że jego ruch jest w przybliżeniu harmoniczny:  $v = A\omega \sin \omega t$ , gdzie  $A$  jest amplitudą,  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Gdy podstawimy zależność  $v(t)$  do  $dQ$ , rozwiniemy sześcian i scałkujemy względem okresu, niezerowy wkład do całki dadzą tylko parzyste potęgi  $\sin \omega t$  – zerowa i druga:

$$Q = \int_0^T dQ = \frac{1}{2}\alpha v_p^2 T + \frac{3}{4}\alpha A^2 \omega^2 T.$$

Pierwszy składnik po prawej stronie jest początkową energią kinetyczną piasku przyklejonego w ciągu okresu, zatem drugi składnik ( $Q_2$ ) jest spadkiem

energii drgań w tym czasie. Przechodząc do dłuższej skali czasu, należy wyrażenie  $Q_2/T = \frac{3}{4}\alpha A^2 \omega^2$  przyrównać do  $-dE/dt$ , gdzie  $E$  jest energią drgań ciężarka,  $E = \frac{1}{2}kA^2$ . Stąd

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{3\alpha}{4m}A.$$

Podstawienie  $\alpha dt = dm$  i scałkowanie prowadzi do wyniku  $Am^{3/4} = \text{const}$ , czyli

$$A_2 = A_1 \left( \frac{m_1}{m_2} \right)^{3/4}.$$

Jak widać, wartość prędkości piasku nie ma znaczenia.

**533.** Średnia energia ruchów termicznych  $k_B T$  w temperaturze  $3 \cdot 10^6$  K wynosi – w przeliczeniu na elektronowolty – około 300 eV, czyli znacznie więcej zarówno od energii dysocjacji cząsteczek wodoru, jak i energii jonizacji atomowego wodoru. Każda cząsteczka  $H_2$  rozpadnie się więc po podgrzaniu na cztery cząstki – dwa jądra i dwa elektrony. Ciśnienie wzrośnie  $4 \cdot 10^4$  razy i wyniesie 4 MPa.