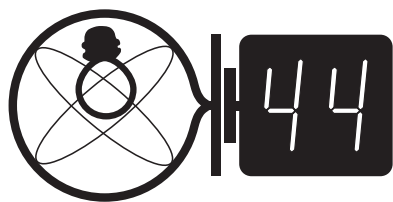
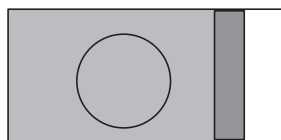


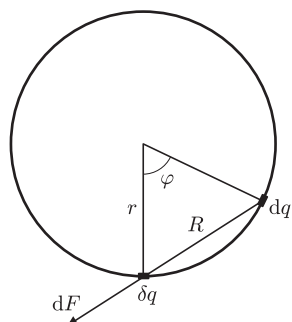
Klub 44



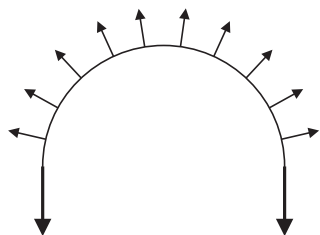
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 IV 2011



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

504. Oznaczmy dane (wg kolejności w treści zadania) jako v, f, d, s, v_d . Jeśli od wysłania dźwięku do jego dotarcia do krowy upływa czas t , to droga dźwięku wynosi $vd t$, a droga lokomotywy – vt . Z odpowiedniego rysunku wynika równanie

$$(vt + \sqrt{s^2 - d^2})^2 + d^2 = (vd t)^2,$$

którego rozwiązanie zapiszemy tylko w postaci liczbowej:

$t = 1,674$ s. Rzut prędkości lokomotywy na kierunek „do krowy” miał w chwili wysłania dźwięku wartość

$$v_a = v \frac{vt + \sqrt{s^2 - d^2}}{vd t} = 42,49 \text{ m/s},$$

co po podstawieniu do wzoru na efekt Dopplera daje wynik

$$f_{\text{odb}} = f \frac{v_d}{v_d - v_a} = 1143 \text{ Hz}.$$

505. Siła δF działająca na mały fragment pętli o ładunku dq ze strony wszystkich pozostałych może być obliczona jako suma sił opisanych wzorem

$$dF = k \frac{\delta q dq}{R^2} = k \frac{\delta q dq}{(2r \sin(\varphi/2))^2},$$

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie <http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html>

Zadania z fizyki nr 512, 513

Redaguje Jerzy B. BROJAN

512. Dwóch studentów przechadzało się nad brzegiem stawu. W mętnej wodzie podskakiwała szyjka butelki wrzuconej przez jakiegoś wandalę.

– Założę się o dychę, że potrafię obliczyć średnią głębokość zanurzenia tej butelki – powiedział Fizyk.

– Ściemniasz, przecież nic nie widać w tej zupie! – zaproponował Humanista. – Przyjmuję zakład!

Fizyk ustawił funkcję stopera na swoim zegarku i zmierzył czas 10 okresów drgań butelki – wyszło mu 7,8 sekundy. Przetastawił zegarek na kalkulator i po paru obliczeniach zawołał:

– Piętnaście centymetrów, sprawdzamy i jesteś do tyłu o dychę!

Który student wygrał zakład?

513. W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się powietrze, w którym unosi się bańka mydlana (rys. 1). Przesunięto tłok, sprężając powietrze. Jeśli przepływy ciepła można pominąć (przemiana adiabatyczna), to mocniej ogrzało się powietrze wewnątrz bańki, czy na zewnątrz niej, czy jednakowo?

Rozwiązania zadań z numeru 10/2010

Przypominamy treść zadań:

504. Lokomotywa jadąca po prostym torze ze stałą prędkością 180 km/h gwizdzie, wydając ton o częstotliwości 1000 Hz. W odległości 300 m od toru stoi krowa. Ile wyniesie częstotliwość tonu słyszanego przez krowę w momencie, gdy lokomotywa zbliży się do niej na odległość 500 m? Prędkość dźwięku w powietrzu ma wartość 340 m/s.

505. Obliczyć siłę rozciągającą kołową pętlę o promieniu 10 cm równomiernie naładowaną ładunkiem 10 μC . Pozostałe niezbędne dane ocenić orientacyjnie. Pętla jest wykonana z drutu.

gdzie symbole zostały opisane na rysunku 2. Rzut wektora dF na kierunek promienia ma wartość

$$dF' = dF \cdot \sin(\varphi/2) = k \frac{\delta q dq}{4r^2 \sin^2(\varphi/2)}.$$

Jeśli siłę δF spróbujemy obliczyć jako całkę (podstawiając $dq = \frac{q}{2\pi} d\varphi$), to napotykamy rozbieżność typu logarytmicznego

$$\delta F = \int dF' = \frac{kq \delta q}{4\pi r^2} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\sin^2(\varphi/2)}.$$

Źródłem kłopotów jest nieuwzględnienie grubości drutu r_d , która ma znaczenie dla tych jego fragmentów, które są bardzo bliskie elementu wyróżnionemu. Ograniczenie siły oddziaływania na odległości rzędu r_d oznacza przyjęcie dolnej granicy całkowania równej około r_d/r (zamiast zera), czyli całka wyjdzie równa $2 \ln(4r/r_d)$.

Aby wyznaczyć naprężenie N pętli, można rozważyć siły działające na jedną jej połówkę. Spójrzmy na rysunek 3 – widać, że suma rzutów sił δF na oś symetrii tej połówki (czyli całka z wyrażenia $\delta F \cdot \cos \theta$ w granicach od $\theta = -\pi/2$

do $\theta = +\pi/2$) jest równoważona przez dwie siły N :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\delta F}{\delta \theta} \cos \theta \delta \theta = \frac{\delta F}{\delta q} \frac{q}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta \delta \theta =$$

$$= \frac{kq^2}{4\pi^2 r^2} \ln \left(\frac{4r}{r_d} \right) \cdot 2 = 2N.$$

Po podstawieniu danych z treści zadania otrzymujemy $N = 2,28 \text{ N} \cdot \ln(4r/r_d)$, czyli np. dla drutu o średnicy 2 mm mamy $N \approx 14 \text{ N}$, a dla drutu o średnicy 0,2 mm wychodzi $N \approx 19 \text{ N}$. Jak widać, zależność wyniku od grubości drutu nie jest bardzo silna, jednak ma istotne znaczenie. Efekt ten uwzględniliśmy tylko orientacyjnie.

* * *

Rozszerzona czołówka ligi zadaniowej	
Klub 44 F	
po 501 zadaniach	
Jacek Piotrowski (Rzeszów)	1-37,13
Marian Łupieżowiec (Gliwice)	36,55
Tomasz Rudny (Warszawa)	32,65
Andrzej Nowogrodzki	
(Chocianów)	2-30,57
Jerzy Witkowski (Radlin)	2-31,75
Dariusz Wilk (Rzeszów)	26,57
Andrzej Idzik (Bolesławiec)	9-26,47
Tomasz Wietecha (Tarnów)	7-24,39
Radosław Poleski (Kolobrzeg)	23,47
Ryszard Woźniak (Kraków)	16,05

Lista obejmuje uczestników, którzy przysłali co najmniej jedno rozwiązanie zadania z roczników 2008-2010 oraz mają w bieżącej rundzie na swoim koncie co najmniej 15 punktów. Cyfra przed kreską wskazuje, ile razy uczestnik zdobył już 44 punkty.

Weterani Klubu 44 F (w kolejności uzyskiwania statusu Weterana): P. Bała, D. Lipniacki, A. Sikorski, A. Surma (4), P. Gworys, A. Idzik (9), T. Wietecha (7), J. Łazuka, M. Wójcicki (jeśli uczestnik zdobył 44 punkty więcej niż 3 razy, podana została odpowiednia liczba).

Pozostali członkowie Klubu 44 F (alfabetycznie):

„dwukrotni”: J. Lipkowski, K. Magiera, A. Nowogrodzki, P. Perkowski, J. Witkowski;

„jednokrotni”: A. Borowski, P. Gadziński, Z. Galias, A. Gawryszczak, A. Gluza, W. Kacprzak, K. Karcia, M. Koźlik, M. Łącki, B. Mikielewicz, L. Motyka, R. Musiał, J. Piotrowski, T. Rawlik, R. Repucha, J. Stelmach, L. Szalast, T. Tkocz, P. Wach.

Zadanie 487 [Pręt zawieszony w środku kołysze się w polu Ziemi wokół pionowego położenia równowagi] (współczynnik trudności $WT = 2,73$, liczba poprawnych rozwiązań $LPR = 2$). „Zupełnie poprawnych” rozwiązań właściwie nie było, ale dwóch Klubowiczów prawidłowo przedstawiło dwa istotne elementy problemu: p. **T. Wietecha** uporał się z kierunkami sił działających na końce, a p. **J. Witkowski** – z niezależnością wyniku od długości i masy pręta oraz jej konsekwencją (możliwością uogólnienia wyniku na pręt jednorodny). Kompletne rozwiązanie wymagałoby tylko połączenia tych elementów – ale nie namawiamy Czytelników do zakładania spółdzielni. . .

Zadanie 490 [Dlaczego po zamieszanu herbaty fusy zbierają się w środku dna szklanki?] ($WT = 1,95$, $LPR = 4$). Jak się okazało, problem był analizowany w dostępnych źródłach: p. **A. Idzik** znalazł go w zbiorku Słobodeckiego i Asłamazowa, a p. **T. Wietecha** odwołał się do fachowych prac inżynierskich na temat

Pięćset zadań stuknęło fizycznej lidze w *Delcie!* To znaczy, 25 lat (uwzględniając przerwy wakacyjne), srebrny jubileusz! Oto dobry moment na dokonanie bilansu. W ciągu tego ćwierćwiecza rejestr odnotował około 290 uczestników, z tego jednak około 100 wzięło udział tylko w pierwszych 25 seriach (2,5 roku), a potem, gdy początkowy entuzjazm stopniał i liczba korespondentów zmalała, zawiesiło aktywność. Członkami Klubu zostały 33 osoby, w tym jedna Pani – Anna Gluza z Torunia. (Czy wciąż mieszka w Toruniu i czy nosi to samo nazwisko? Ileż mogło się zmienić po tylu latach! Ale wróćmy do tematu.) Dziewięciu mamy Weteranów, peleton prowadzi Andrzej Idzik z Bolesławca na Dolnym Śląsku, mając na koncie 9 razy 44 punkty, czyli trzykrotną normę weterańską. Za nim mknie Tomasz Wietecha z Tarnowa (7 rund), który drugie miejsce kompensuje sobie z nawiązką dzięki ośmiokrotnemu zaliczeniu normy w klubie matematycznym. Przy okazji, porównanie z ligą matematyczną wypada z grubsza jak 1 do 3 zarówno co do comiesięcznej liczby listów, jak i co do liczby członków klubu. Nie da się ukryć, że jesteśmy „młodszyimi braćmi” Klubu 44 M – ale jeśli ktoś woli, może uznać naszą ligę za bardziej elitarną. . .

Obok grupy mniej lub bardziej stałych uczestników mamy też korespondentów okazjonalnych, przysyłających rozwiązania w sporych odstępach czasu. Rekord długości takiej przerwy padł niedawno: 18 lat! Trudno powiedzieć, czy prowadzący rubrykę bardziej cieszy się z udziału starych znajomych, czy z „powrotu syna marnotrawnego” po kilku- lub kilkunastoletniej pauzie. To drugie pozwala przypuszczać, że przez cały ten czas pozostawał naszym Czytelnikiem, a tylko inne obowiązki nie pozwalały na udział w naszej zabawie.

Przypominamy o możliwości przysyłania projektów zadań przez uczestników ligi, co w przypadku akceptacji punktowane jest – zgodnie z regulaminem – na równi z poprawnym rozwiązaniem. Czekamy zwłaszcza na pomysły oryginalne i zabawne!

A teraz zobaczymy, co ciekawego nadeszło z listami naszych Czytelników w ciągu ostatniego roku.

stożka osadu, wcześniej będącego przedmiotem rozważań Alberta Einsteina – ni mniej, ni więcej! Rozwiązania niezależne nadesłali p. **K. Magiera** i p. **M. Koźlik**.

Zadanie 497 [Ogrzewanie gazu w cyklu przemian nieodwracalnych] ($WT = 3,28$, $LPR = 2$). Punkty (a) (źródłem nieodwracalności jest przepływ ciepła i wyrównanie temperatury) oraz (c) (wyrównanie temperatury i ciśnienia) prawidłowo rozwiązali **M. Koźlik** i **A. Idzik**, natomiast nietypowy punkt (b) (wyrównanie tylko ciśnienia, skutek przepływu przez wąską rurkę) okazał się trudny, zgodnie zresztą z oczekiwaniami autora. Niektóre z nadesłanych wyników były wręcz zdumiewające: oto nieodwracalny cykliczny proces wyrównywania ciśnień miałby prowadzić do *obniżenia* temperatury gazu, w jawnej sprzeczności zarówno z I, jak i II zasadą termodynamiki! Towarzyszące w parze zadanie 496 [Obwód z woltomierzem o skończonym oporze własnym] ($WT = 1,00$, $LPR = 10$) spełniło rolę „damy do towarzystwa”, bo osiągnęło rekord łatwości.