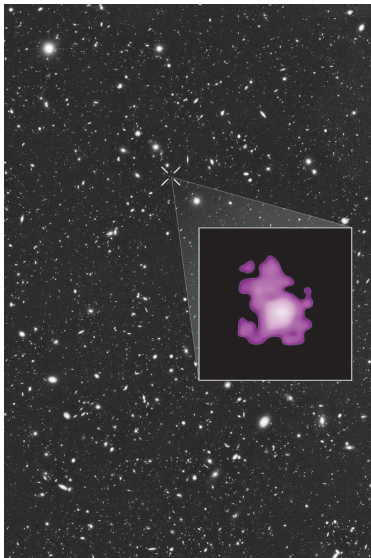


Droga do najdalszej galaktyki

Oskar KOPCZYŃSKI*

*doktorant, Obserwatorium
Astronomiczne Uniwersytetu
Jagiellońskiego

Przesunięcie ku czerwieni z jest pomniejszonym o jeden stosunkiem rejestrowanej na Ziemi długości fali (λ_o) do „oryginalnej” długości fali emitowanej ze źródła (λ_e):
 $z = (\lambda_o/\lambda_e) - 1$.



Galaktyka GN-z11 na tle pola przeglądu GOODS-N (NASA/ESA)

Przy okazji wyjaśnimy, skąd taka nazwa obiektu: znaleziono go w północnym (North) polu przeglądu nieba o nazwie Great Observatories Origins Deep Survey, w skrócie GOODS North, czyli GN, a przesunięcie ku czerwieni określono na ~ 11 , a zatem po złożeniu obu informacji otrzymujemy: GN-z11.

Wartość stałej Hubble’a wyznaczona na podstawie danych dostarczonych w roku 2013 przez obserwującego promieniowanie mikrofalowe tła satelitę Planck wynosi $H_0 = 67,15$ (km/s)/Mpc.

Przesunięcie ku czerwieni jest miarą nieliniową: oznacza to, że obiekt, dla którego wyznaczono, iż ma dwa razy większe przesunięcie ku czerwieni, wcale nie jest dwa razy starszy ani zlokalizowany dwa razy dalej od Ziemi.

W serwisach informacyjnych dosyć regularnie pojawiają się krótkie wzmianki dotyczące osiągnięć w dziedzinie astrofizyki. Dzięki nim dowiadujemy się, że astronomowie z USA, Europy, Japonii – czasem nawet z Polski – odkryli nową planetę, interesującą gwiazdę, może nawet galaktykę. Do informacji dołączone jest zwykle zdjęcie samego obiektu, czasem teleskopu, który zjawisko zaobserwował i... zwykle na tym ciekawość mediów się kończy.

Cóż zatem kryje się za doniesieniem z marca tego roku: *teleskop Hubble’a odkrył najodleglejszą galaktykę*, o którym pisała również *Delta w Prosto z nieba* w numerze 8/2016? Przede wszystkim warto zdać sobie sprawę z tego, że tak naprawdę nie znamy dokładnej odległości tej galaktyki od Ziemi, mało tego – nawet nie możemy znać. Ale po kolei. Kluczowym parametrem, który został we wspomnianym wyżej *newsie* określony dla obiektu o dźwięcznej nazwie **GN-z11**, jest **przesunięcie ku czerwieni**, oznaczane zwykle literą z . Jest to parametr określający rozciągnięcie, jakiemu uległa wyemitowana przez dane ciało niebieskie fala elektromagnetyczna. Długość fali zarejestrowanej przez obserwatorium na Ziemi (lub orbicie ziemskiej) jest $z + 1$ razy większa niż długość tej samej fali w momencie, gdy opuściła ona źródło (w momencie emisji). Dla obiektu GN-z11 zmierzono poczerwienienie równe 11,1, co oznacza, że fale elektromagnetyczne, które stamtąd do nas dotarły, są 12,1 raza dłuższe, niż były w momencie emisji.

Wracając do przesunięcia ku czerwieni, czasem porównuje się je do zmiany częstotliwości poruszających się obiektów w wyniku efektu Dopplera, pisząc $z = v/c$, gdzie v jest prędkością poruszającego się (w tym przypadku oddalającego się) obiektu, a c jest prędkością światła. Dzięki badaniom Edwina Hubble’a wiemy również, że $z = dH_0$, gdzie d jest odległością pomiędzy obiektem a Ziemią, natomiast H_0 jest pewnym współczynnikiem, określającym tempo rozszerzania się Wszechświata, a nazywanym **stałą Hubble’a**. Wydaje się zatem, że znając wartość stałej Hubble’a oraz posługując się prawem Dopplera, można bez problemu wyznaczyć odległość do dowolnego obiektu, jak również zmierzyć prędkość, z jaką porusza się on względem Ziemi. Tyle tylko, że dla GN-z11 otrzymane wyniki są... co najmniej dziwne: prędkość oddalania się wynosi ponad 11 razy prędkość światła, a wyznaczona odległość osiąga wartość 32 mld lat świetlnych, podczas gdy wiek Wszechświata szacuje się na 13,8 mld lat.

Powyższa rozbieżność wynika z tego, że zaproponowana metoda działa dobrze tylko dla z znacznie mniejszych od 1. W rzeczywistości główną przyczyną wydłużania się fal elektromagnetycznych w drodze od odległych obiektów do nas, Ziemi, jest rozszerzanie się Wszechświata jako całości, co jako pierwszy zaobserwował Hubble – to **przestrzeń**, w której zanurzone są galaktyki oraz cała materia, rozszerza się, powodując wrażenie oddalania się galaktyk. Wraz z przestrzenią rozszerzają się również fale elektromagnetyczne – rozszerzałyby się także i galaktyki, gdyby ich własne pole grawitacyjne nie powstrzymywało tego procesu. Wartość przesunięcia ku czerwieni informuje nas zatem, jak bardzo, $z + 1$ razy, rozszerzył się Wszechświat od momentu, w którym docierająca do nas fala elektromagnetyczna została wyemitowana z obserwowanego obiektu. Możemy, znając model teoretyczny rozszerzającego się Wszechświata, obliczyć, że dla GN-z11 nastąpiło to 13,3 mld lat temu, nieco ponad 400 mln lat po Wielkim Wybuchu (któremu, jak można się domyśleć, odpowiada nieskończone przesunięcie ku czerwieni). Ponieważ jednak Wszechświat się rozszerza, nie jesteśmy w stanie podać dokładnej odległości obiektu od Ziemi – bo tak naprawdę w kosmologii, czyli dziale astronomii zajmującym się Wszechświatem w wielkiej skali, nie ma dla takiej odległości uniwersalnej definicji (zależy ona od modelu kosmologicznego).

Przesunięcie ku czerwieni jest jednocześnie miarą odległości, jak i wieku Wszechświata – jest zatem podstawową wielkością w kosmologii. Zastanówmy



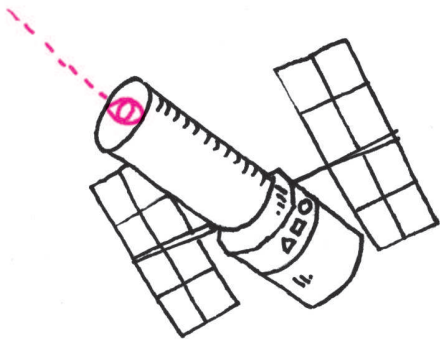
Rozwiązanie zadania M 1513.

Rozważmy wielomian $v(x) = w(x + 1)$.

Wówczas liczba $\frac{p}{q} - 1 = \frac{p-q}{q}$ jest pierwiastkiem wielomianu v . Niech $v(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$. Wówczas po przemnożeniu obu stron równości $v(\frac{p-q}{q}) = 0$ przez q^n otrzymujemy

$$a_n(p-q)^n + a_{n-1}(p-q)^{n-1}q + \dots + a_1(p-q)q^{n-1} + a_0q^n = 0.$$

Stąd liczba a_0q^n jest podzielna przez $p-q$. Ponieważ liczby $p-q$ i q są względnie pierwsze, to wiemy, że $p-q$ dzieli liczbę $a_0 = v(0) = w(1)$.



Przykład wyznaczenia spektroskopowego przesunięcia ku czerwieni: po rozszczepieniu światła zlokalizowano linię OII, która w warunkach laboratoryjnych odpowiada długości $\lambda_e = 3727 \text{ \AA}$, natomiast w obserwowanym widmie energetycznym obiektu astronomicznego została zlokalizowana na długości fali $\lambda_o = 5000 \text{ \AA}$. Wyznaczone na podstawie tego pomiaru przesunięcie ku czerwieni wynosi $z = (\lambda_o/\lambda_e) - 1$, co daje $z = 0,8268$.

Po tym obszernym wstępie przyjrzyjmy się, jak od kuchni wyglądało odkrycie najdalszej znanej obecnie galaktyki. Oprzemy się na opisie zamieszczonym w czasopiśmie *The Astrophysical Journal* (wydanie 819, 10 marca 2016). Opisano w nim, jak z danych przeglądu GOODS, uzyskanych za pomocą szerokokątnej kamery Kosmicznego Teleskopu Hubble'a, wyselekcjonowano sześć potencjalnych kandydatek o szacowanych fotometrycznych przesunięciach ku czerwieni powyżej $z=9$, charakteryzujących się stosunkowo dużą jasnością. Badacze już na wstępie przygotowali sobie solidny grunt pod odkrycie – nie była to kwestia przypadku. Z wybranych sześciu obiektów GN-z11 wyróżniał się zarówno jasnością, jak i wartością fotometrycznego przesunięcia ku czerwieni, dlatego też w kolejnym etapie badań awansował do obserwacji spektroskopowych. Zebranie odpowiedniej ilości światła pozwalającej na rozszczepienie widma tego obiektu zajęło teleskopowi Hubble'a 12 pełnych okrążeń Ziemi po 96 minut każde, przy czym połowę z nich wykonał on w dniu 11 lutego,

się w tym miejscu, w jaki sposób możemy je zmierzyć, czyli jak określić zmianę długości fali wyemitowanej ze źródła. Obserwując obiekt w pewnym zakresie długości fal, możemy zauważyć, że w pewnych jej przedziałach dociera do nas więcej (lub mniej) fotonów światła (pod tą ogólną nazwą rozumiemy obok światła widzialnego także podczerwień, nadfiolet oraz inne zakresy fal) niż w innych. Rozkład ten nazywamy widmem energetycznym danego obiektu. Każdy typ i rodzaj gwiazdy czy galaktyki ma swoje charakterystyczne widmo, odróżniające je od innych. Dobra znajomość widm pozwala przypisać obserwowany obiekt do odpowiedniej kategorii. Wbrew pozorom nie zawsze jest to prosta sprawa. Rzeczywiste obserwowane widma zazwyczaj pasują do szablonów z mniejszym lub większym przybliżeniem, a dla słabych obiektów są zwykle dodatkowo zniekształcone przez szum. Sprawę komplikuje ponadto *a priori* nieznanne przesunięcie ku czerwieni, które chcemy wyznaczyć. Musimy zatem tak dobrać rodzaj obiektu oraz przesunięcie ku czerwieni, by dopasowanie szablonu i obserwowanego widma było jak najlepsze.

Najprostszy ze znanych sposobów obserwacji widma obiektu astronomicznego polega na pomiarze jego jasności w pewnych, z góry określonych zakresach długości fal. Tak uzyskane widmo nazywamy widmem **fotometrycznym**. Otrzymany kształt widma pozwala wyznaczyć **fotometryczne przesunięcie ku czerwieni**, które uważa się bardziej za wielkość szacunkową niż precyzyjny pomiar. Drugi sposób uzyskania widma polega na rozszczepieniu światła docierającego do teleskopu za pomocą pryzmatu bądź siatki dyfrakcyjnej (w praktyce wykorzystuje się ich kombinację) i zmierzeniu jasności dla różnych długości fal. Uzyskujemy w ten sposób **widmo spektroskopowe**, a na jego podstawie **spektroskopowe przesunięcie ku czerwieni** (o przeglądach spektroskopowych pisaliśmy m.in. w numerze 5/2016: *Wielka struktura w wielkich przeglądach*). Pierwszy sposób jest łatwiejszy i tańszy do przeprowadzenia, bo nie ma potrzeby rozszczepiania światła na pełny zakres długości fal. Potrzeba zatem mniej światła, co oszczędza cenny czas (zarówno obserwatora, jak i samego teleskopu) poświęcony na obserwację obiektu. Drugi sposób jest daleko bardziej precyzyjny – rozszczepiając światło, można dostrzec dla pewnych długości fal charakterystyczne „szczyty” oraz głębokie „kotliny”: **linie emisyjne** oraz **absorpcyjne**. Są to linie papilarne obiektów astronomicznych, na podstawie których możliwa jest identyfikacja zarówno typu źródła (różne typy obiektów astronomicznych mają swoje charakterystyczne zestawy linii), jak i przesunięcia ku czerwieni. Jeżeli poprawnie zidentyfikujemy sekwencje poszczególnych linii oraz ich przesunięcie względem linii mierzonych w układzie laboratoryjnym, możemy wyznaczyć przesunięcie ku czerwieni z dokładnością do kilku miejsc po przecinku.

a drugą 3 kwietnia 2015 roku. Ponieważ w różnych dniach obserwacje były prowadzone pod nieco innym kątem, pozwoliło to na oszacowanie obecnego w widmie szumu. Uzyskane widmo galaktyki było nadal bardzo słabe. W celu zwiększenia poziomu sygnału do szumu zastosowano metodę dodawania strumieni pochodzących z sąsiednich długości fali, pogarszając, niestety, w ten sposób rozdzielczość, czyli poszerzając przedział długości fali przypadających na jeden piksel obrazu widma. Po tej obróbce do dalszej analizy wybrano zaledwie kilkadziesiąt pikseli, które jednak wystarczyły, by zidentyfikować linię emisyjną Lyman α ($\lambda_e=1215,7 \text{ \AA}$), powstającą w wyniku przejścia z poziomu drugiego na poziom podstawowy w atomie wodoru. Jest to najsilniejsza linia w przypadku obiektów o wysokim przesunięciu ku czerwieni – często jedyna widoczna. Na jej podstawie wyznaczono z dla GN-z11. Sam pomiar przesunięcia ku czerwieni dla tak słabego widma to jeszcze nie wszystko, mogło się przecież okazać, że linia ta została źle zidentyfikowana. Aby wykazać poprawność

swojego pomiaru, autorzy artykułu sprawdzili również konkurencyjne hipotezy: pierwsza z nich wskazywała, że GN-z11 jest tak naprawdę pełną pyłu galaktyką o przesunięciu ku czerwieni wynoszącym $z = 2,5$, w której ustały procesy gwiazdotwórcze, natomiast druga oparta była na przesłaniu, że jest to galaktyka z ekstremalnie silnymi liniami emisyjnymi o przesunięciu ku czerwieni $z = 2,1$. Jednak dla obu tych modeli zyskano znacznie gorsze dopasowania niż dla $z = 11,1$.

W taki właśnie sposób została odkryta – jeśli o odkryciu wolno tu mówić – najdalsza znana obecnie galaktyka.

Samo bicie rekordów odległości nie jest tu jednak, moim zdaniem, najważniejsze. Istotne wydaje się to, że w ten sposób możemy obserwować bardzo młode galaktyki. Obserwujemy GN-z11 taką, jaka była zaledwie 400 mln lat po Wielkim Wybuchu, gdy powstawały w niej pierwsze gwiazdy, obecnie już dawno wygasłe. Dzięki tej obserwacji mamy, na razie wąski, wgląd w początki istnienia galaktyk i na tej podstawie otwiera się przed nami możliwość weryfikacji istniejących hipotez powstawania galaktyk takich, jakie znamy dzisiaj, w tym naszej.

Najłatwiejsze zadanie?

Kamil RYCHLEWICZ*, Mariusz SKAŁBA**

Na drugim etapie tegorocznej Olimpiady Matematycznej pojawiło się następujące zadanie:

Zadanie 1. *We wnętrzu trójkąta o bokach długości 3, 4, 5 leży punkt P . Wykazać, że jeżeli odległości P od wierzchołków są wszystkie wymierne, to odległości P od boków też.*

Zadanie pojawiło się na zawodach z numerem 1 i (zgodnie z oczekiwaniami) okazało się bardzo łatwe – rozwiązała je znacząca większość uczestników. Przedstawimy szkic rozwiązania.

Umieścimy trójkąt (który jest, oczywiście, prostokątny) w układzie współrzędnych tak, by jego wierzchołkami były $A = (0, 0)$, $B = (4, 0)$, $C = (0, 3)$. Niech punkt P ma współrzędne (x, y) . Wtedy z twierdzenia Pitagorasa wynika, że $|PA| = \sqrt{x^2 + y^2}$, $|PB| = \sqrt{(4-x)^2 + y^2}$. Stąd

$$|PA|^2 - |PB|^2 = (x^2 + y^2) - (16 - 8x + x^2 + y^2) = 8x - 16,$$

a ponieważ $|PA|, |PB| \in \mathbb{Q}$, to $x \in \mathbb{Q}$. Analogicznie $y \in \mathbb{Q}$. Zatem wykazaliśmy, że punkt P leży w wymiernych odległościach od boków AB i AC . Odległość od boku BC możemy obliczyć, korzystając, na przykład, ze wzoru na odległość punktu od prostej. Ponieważ prosta BC jest opisana równaniem $3x + 4y - 12 = 0$, to szukana odległość wynosi

$$\frac{|3x + 4y - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3x + 4y - 12|}{5},$$

czyli jest wymierna. □

Pomimo niewielkiej trudności samego zadania możemy powiązać z nim kilka ciekawych problemów. Pierwsze pytanie, które się nasuwa, brzmi: *czy w ogóle istnieje punkt spełniający warunki zadania?* Przed przejściem do dalszej części artykułu Czytelnik może sam spróbować poszukać takich punktów.

Chociaż ich ręczne znalezienie może być trudne, z pomocą komputera szybko znajdujemy kilka punktów spełniających nasze warunki. Najprostszy z nich (o najmniejszych mianownikach) ma współrzędne $(\frac{20}{23}, \frac{21}{23})$ i jest odległy od wierzchołków A, B, C odpowiednio o $\frac{29}{23}, \frac{75}{23}, \frac{52}{23}$.

Tak naprawdę powiedzieć możemy dużo więcej. J.H.J. Almering w 1963 roku udowodnił, że dla dowolnego (niekoniecznie prostokątnego) trójkąta o bokach wymiernej długości zbiór punktów, których odległości od wszystkich wierzchołków są wymierne, nie tylko jest niepusty, ale nawet nieskończony i ponadto jest gęstym podzbiorem płaszczyzny! Jak dowodzi T.G. Berry w pracy z 1992 roku, wystarczy jedynie założyć, że kwadraty długości boków są wymierne i co najmniej jeden bok trójkąta ma długość wymierną – to ostatnie założenie jest konieczne, bo w trójkącie o bokach $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ nie ma żadnego punktu o wymiernych odległościach od wierzchołków (zachęcamy Czytelnika do samodzielnego udowodnienia tego faktu).

*student, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski

**Instytut Matematyki, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski

