Galaktyki w komputerze

*Grzegorz GAJDA**

*doktorant w Centrum Astronomicznym im. Mikołaja Kopernika PAN

Symulacje komputerowe są dzisiaj niezbędną częścią badań naukowych, na równi z rozważaniami czysto teoretycznymi i prowadzeniem eksperymentów lub obserwacji. Na przykładzie modelowania fizyki galaktyk możemy zobaczyć, dlaczego symulacje są tak istotne, w jaki sposób się je konstruuje, czego się dzięki nim uczymy oraz jakie są ich ograniczenia.

W astronomii, w przeciwieństwie do innych nauk przyrodniczych, takich jak np. biologia czy fizyka, nie jesteśmy w stanie przeprowadzać kontrolowanych eksperymentów. Jesteśmy zdani jedynie na obserwacje. Jednak ze względu na to, że skale czasowe zjawisk zachodzących w astronomii są często bardzo duże, a w przypadku dynamiki i ewolucji galaktyk wynoszą setki milionów bądź miliardy lat, nie jesteśmy w stanie obserwować tych zjawisk bezpośrednio. Dlatego też symulacje są sprawdzianem naszego zrozumienia fizyki danego zjawiska. Jeśli nie udaje się w komputerze odtworzyć tego, jak wygląda Wszechświat, to znaczy, że nie wzięliśmy pod uwagę wszystkich istotnych procesów. Oczywiście, nie działa to w drugą stronę – zgodność wyników symulacji z danymi obserwacyjnymi jeszcze nie oznacza, że wszystko zrozumieliśmy.

Stopień skomplikowania symulacji postępuje wraz z pogłębianiem wiedzy. Niemniej istotny jest także wzrost możliwości komputerów. Składniki typowej symulacji galaktycznej można omówić w kolejności konieczności włączenia ich do modelu. Na pierwszy rzut oka na nocnym niebie widzimy przede wszystkim gwiazdy. Mogłoby się wydawać, że dalsza droga jest prosta i polega na umieszczeniu w symulacji wszystkich gwiazd w danej galaktyce. Następnie, korzystając z prawa grawitacji Newtona, obliczamy, jaką siłą działają wszystkie gwiazdy na siebie nawzajem. Otrzymujemy informację, z jakim przyspieszeniem się poruszają, uaktualniamy ich pozycje i prędkości, znowu obliczamy siły – i tak dalej. Niestety, taka symulacja nie jest możliwa ze względu na ograniczenia techniczne. Szacuje się, że w Drodze Mlecznej znajduje się kilkaset miliardów gwiazd. Jedynie najbardziej zaawansowane symulacje, przeprowadzane na wielu tysiącach procesorów, zbliżają się do takiej liczby obiektów. Jeśli dysponujemy mniejszymi zasobami lub chcemy śledzić ewolucję i oddziaływanie wielu galaktyk jednocześnie, to trzeba pójść na kompromis. Polega on na tym, że nie analizuje się pojedynczych gwiazd, a raczej całe ich skupiska, które można poniekąd identyfikować z gromadami gwiazd o masach wielu tysięcy mas Słońca.

Z obserwacji wiadomo, że galaktyki dyskowe obracają się zbyt szybko w stosunku do ich widzialnej masy – jest jej zbyt mało, żeby utrzymać galaktyki w całości. Musimy więc dodać do naszego modelu ciemną materię, aby galaktyki nie rozpadły się od razu po uruchomieniu symulacji. Ciemną materię modelujemy za pomocą masywnych *cząstek*, które nie mają nic wspólnego z hipotetycznymi elementarnymi cząsteczkami ciemnej materii – na odkrycie tych ostatnich w ziemskich laboratoriach astronomowie bardzo liczą.

Mając galaktyki składające się z gwiazd i ciemnej materii, można już prowadzić interesujące symulacje komputerowe. W ten sposób symuluje się, jak galaktyki zmienią swoje kształty pod wpływem bliskich spotkań z innymi galaktykami bądź w jaki sposób ewoluują ich struktury i kształty. Taki model nadal jest jednak niepełny, gdyż nie jest w nim możliwe śledzenie powstawania galaktyk. Obecne, w tym uproszczeniu gwiazdy są stałe i niezmienne, nie ma także świeżego gazu, z którego mogłyby powstać nowe gwiazdy. Musimy zatem dołożyć do naszego modelu gaz międzygwiazdowy, którego fizyka jest zdecydowanie bardziej skomplikowana niż oddziaływanie grawitacyjne punktów materialnych. Istnieje kilka sposobów na przełożenie równań dynamiki gazów na język symulacji komputerowych. Oczywiście, powinny one dawać takie same rezultaty, jednak często okazuje się, że różnią się one w szczegółach. Jednym z ważnych aspektów jest zrozumienie, w jaki sposób użyte metody

Rozwiązanie zadania M 1564.
Zauważmy, że dla każdego i $w_i + p_i = n - 1$, a także
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = \sum_{i=1}^{n} p_i,$$
gdyż każda strona powyższej równości jest równa liczbie wszystkich rozegranych partii. Wobec tego
$$\sum_{i=1}^{n} w_i^2 - \sum_{i=1}^{n} p_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (w_i^2 - p_i^2) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (w_i - p_i)(w_i + p_i) =$$
$$= (n-1) \sum_{i=1}^{n} (w_i - p_i) =$$
$$= (n-1) \left(\sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{i=1}^{n} p_i \right) = 0,$$
skąd wynika postulowana równość.

numeryczne wpływają na końcowy rezultat i w jaki sposób sprawić, aby jak najlepiej odpowiadał rzeczywistości.

Zaprogramowanie fizyki powstawania i ewolucji gwiazd też spotyka się z ograniczeniami technicznymi. Ze względu na zbyt dużą rozpiętość skal wielkości nie jesteśmy w stanie śledzić powstawania pojedynczych gwiazd w tej samej symulacji, w której badamy galaktyki i gromady galaktyk. W związku z tym powszechnie korzysta się z modelu, w którym stygnącemu i gęstniejącemu gazowi przypisuje się pewne prawdopodobieństwo przekształcenia się w populację gwiazd.

W pierwszych symulacjach, które zawierały elementy wymienione powyżej, nie powstawały galaktyki podobne do tych, które obserwujemy w realnym Wszechświecie. Zamiast galaktyk spiralnych, mających kształt cienkiego dysku, powstawały obiekty grubsze i bardziej obłe. Okazało się, że kluczowym problemem było bardzo szybkie chłodzenie się gazu międzygwiazdowego, które prowadziło do zbyt szybkiej kondensacji i powstawania nadmiernie wielu gwiazd.

Rozwiązaniem problemu było wzięcie pod uwagę tego, że młode i masywne gwiazdy wybuchają jako supernowe, dostarczając energię do ośrodka międzygwiazdowego. Prowadzi to do powstania sprzężenia zwrotnego (*feedback*): jeśli w galaktyce powstaje dużo młodych gwiazd, to w szybkim tempie podgrzewają one ośrodek międzygwiazdowy, powodując spowolnienie tempa powstawania kolejnych gwiazd. Takie samoregulujące się środowisko umożliwiło powstawanie dyskowych galaktyk w symulacjach. Później okazało się również, że aby doprowadzić do ewolucji galaktyk spiralnych w galaktyki eliptyczne, niezbędne są dodatkowe źródła energii pochodzącej z supermasywnej czarnej dziury znajdującej się w centrum każdej dużej galaktyki.

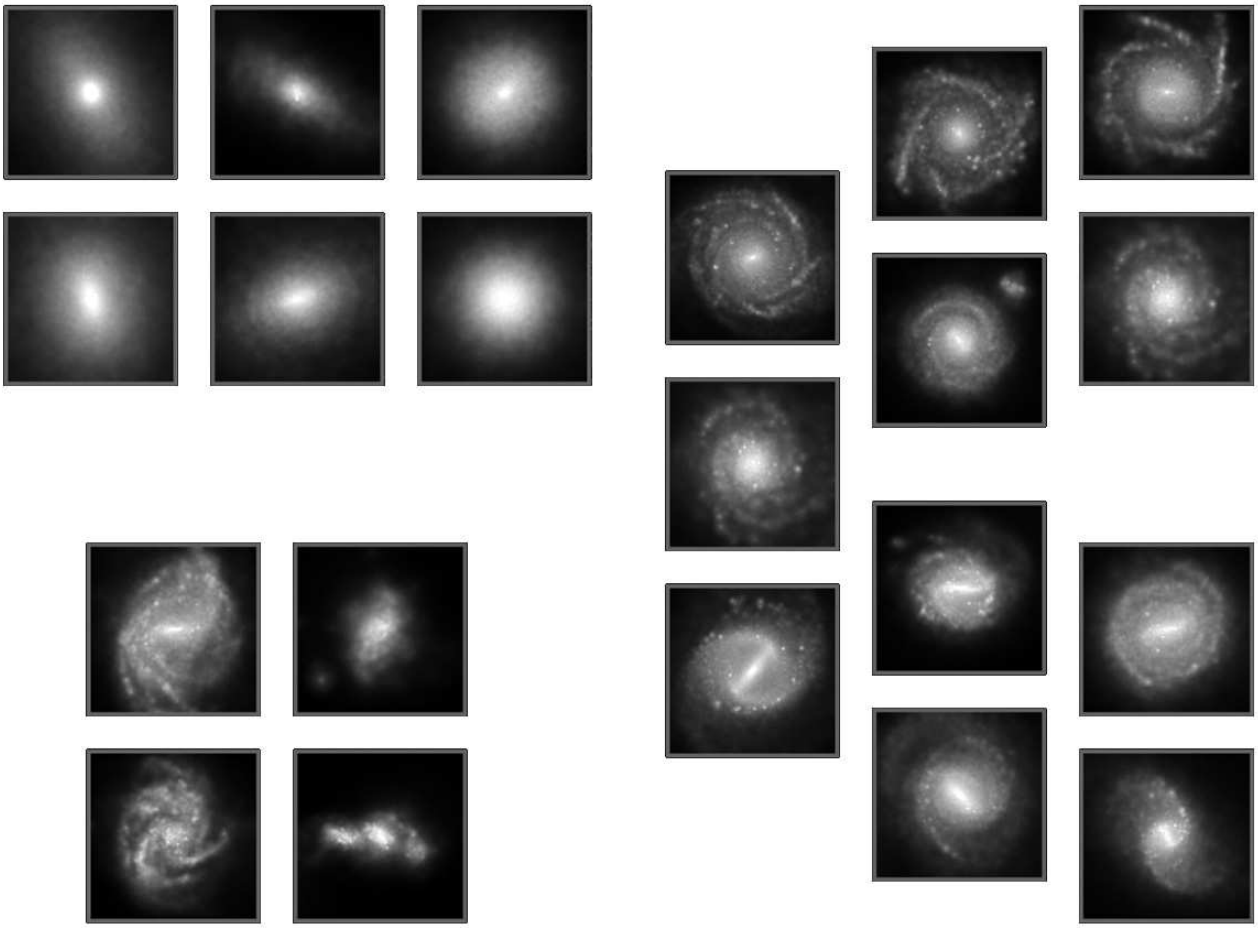


Diagram Hubble'a galaktyk powstałych w symulacji kosmologicznej Illustris: eliptyczne (lewy górny róg), spiralne (z prawej) i nieregularne (lewy dolny róg). Autorstwo: Illustris Collaboration.

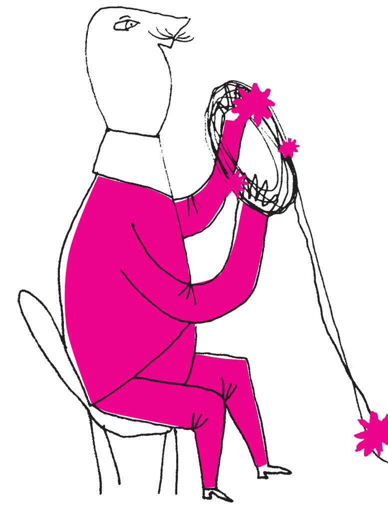
Dzięki postępowi technologicznemu oraz dostatecznemu zrozumieniu istotnych procesów możliwe stało się wierne symulowanie reprezentatywnych kawałków Wszechświata. Dwie takie symulacje to Illustris oraz EAGLE. Na stronach internetowych obydwu projektów znajdują się modele oraz animacje z symulacji, przedstawiające m.in. powstawanie galaktyk eliptycznych oraz spiralnych. W obydwu projektach udało się odtworzyć wiele własności obserwowanych galaktyk, między innymi proporcje między galaktykami spiralnymi i eliptycznymi, skład chemiczny, wielkoskalowy rozkład neutralnego wodoru oraz rozkład galaktyk w gromadach.

Illustris: www.illustris-project.org

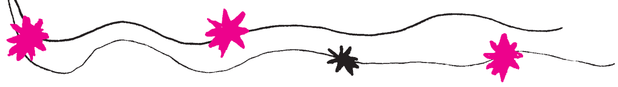
EAGLE: icc.dur.ac.uk/Eagle/ oraz eagle.strw.leidenuniv.nl/

Oczywiście, sukces symulacji poprzedniej generacji nie jest końcem poszukiwań, gdyż wciąż pozostaje wiele problemów do rozwiązania. W Illustrisie powstające galaktyki są nazbyt duże w porównaniu z rzeczywistymi rozmiarami. Innym problemem jest to, że gwiazdy w małych galaktykach powstawały zbyt szybko, więc ich końcowy wiek jest 2–3 razy większy od obserwowanego.

Najważniejszym problemem, który pozostaje do rozwiązania i który jest najbardziej niepokojący dla naukowców, jest problem wspomnianego już feedbacku. Niedostateczna rozdzielczość symulacji oraz niepełne zrozumienie odpowiednich procesów fizycznych skutkuje tym, że dostarczanie energii do ośrodka międzygwiazdowego przez gwiazdy i aktywne jądra galaktyk jest modelowane w sposób bardzo przybliżony, a nie wyprowadzane z podstawowych praw fizyki. Najkrócej mówiąc, dobierane są takie parametry, aby pewna własność populacji galaktyk jak najlepiej zgadzała się z rzeczywistością. Na przykład w symulacji EAGLE dążono do odtworzenia rozkładu ilości galaktyk w zależności od ich masy, a w przypadku Illustrisa – średniego tempa powstawania nowych gwiazd w trakcie całej historii Wszechświata. Zatem to, że ostatecznie otrzymano zgodność tych parametrów z obserwacjami, nie jest sukcesem modelu, gdyż ten został dopasowany tak, aby otrzymać taką zgodność.



W ciągu ostatnich kilkunastu lat dokonał się olbrzymi postęp w modelowaniu galaktyk. Dzięki symulacjom komputerowym możemy śledzić przebieg procesów astronomicznych niemożliwych do zaobserwowania. Mimo wszystkich niedociągnięć i problemów umożliwiły one lepsze zrozumienie procesów mających wpływ na formowanie się i ewolucję galaktyk. Obecnie kilka zespołów astrofizyków pracuje nad następną generacją symulacji kosmologicznych, po których możemy spodziewać się jeszcze lepszej zgodności z danymi obserwacyjnymi.



Równanie z dreszczykiem

*Piotr KRZYŻANOWSKI**

* Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski

Jakiś czas temu Marek Bodnar z sąsiedniego Zakładu Biomatematyki pokazał mi niepozornie wyglądające równanie różniczkowe, które pojawiło się w pewnym modelu przebiegu choroby zakaźnej:

$$X'(\tau) = -\mu X(\tau) + \frac{1}{\epsilon}\big(\lambda X(\tau)\,(Ne^{r\cdot\tau} - X(\tau)) - \gamma X(\tau)\big). \tag{1}$$

Liczby $\mu, \lambda, \epsilon, \gamma, r, N$ są stałymi, dodatnimi parametrami modelu (zob. [1, 2]). Niewiadomą jest funkcja $X(\tau)$ odpowiadająca liczbie chorych przypadających na jednostkę powierzchni. Zmienna niezależna τ to czas. Odpowiednio skalując zmienne występujące w równaniu, możemy sprowadzić je do prostszej, równoważnej postaci

[1] J. Banasiak, E.K. Phongi, *Canard-Type Solutions in Epidemiological Models*, dx.doi.org/10.3934/proc.2015.0085

[2] J. Banasiak, *Bifurkacje dynamiczne i osobliwie zaburzone układy równań*, imsm.mimuw.edu.pl/konf30/slides/j-banasiak.pdf

$$x'(t) = x(t)\cdot(e^{At} - B - x(t)), \tag{2}$$

przy czym $A, B > 0$ zależą od parametrów oryginalnego zadania. Dodatkowo na rozwiązanie nakładamy warunek $x(0) = x_0$, gdzie $x_0 > 0$ jest kolejnym parametrem zadania.

Parametr x_0 odpowiada liczbie zarażonych w chwili $t = 0$.