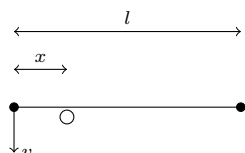


## Klub 44 F



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2020

## Klub 44 M

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 779 ( $WT = 2,71$ ) i 780 ( $WT = 1,21$ ) z numeru 4/2019

Paweł Kubit	Kraków	43,07
Franciszek S. Sikorski	Warszawa	41,28
Krzysztof Kamiński	Pabianice	39,94
Janusz Olszewski	Warszawa	37,20
Michał Koźlik	Gliwice	35,73
Janusz Fielt	Warszawa	31,23

### Zadania z fizyki nr 686, 687

Redaguje *Elżbieta ZAWISTOWSKA*

**686.** Dwie małe kulki o masach  $m$ , połączone nieważkim prętem o długości  $l$ , spoczywają na gładkim stole. W odległości  $x$  od jednej z kulek znajduje się wbity w powierzchnię stołu kołek. W chwili początkowej odległość między prętem a kołkiem jest bardzo mała (rysunek). Kulka położona bliżej kołka została uderzona w kierunku równoległym do powierzchni stołu i prostopadłym do pręta i w bardzo krótkim czasie uzyskała prędkość  $v$ . Następnie pręt zderzył się sprężysto z kołkiem. Jaka powinna być odległość  $x$ , aby po zderzeniu pręt nie obracał się?

**687.** Znaleźć promień największej kropli wody, która może wyparować, nie pobierając ciepła z otoczenia. Ciepło parowania wody wynosi  $q = 2,26 \cdot 10^6$  J/kg, współczynnik napięcia powierzchniowego wody  $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2}$  J/m<sup>2</sup>. Zakładamy, że temperatura kropli nie zmienia się.

### Zadania z matematyki nr 789, 790

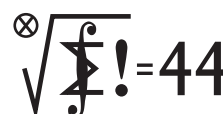
Redaguje *Marcin E. KUCZMA*

**789.** Znaleźć wszystkie funkcje  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  spełniające równanie

$$f(f(x) + y) = 4yf(x) + f(x^2 - y) \quad \text{dla } x, y \in \mathbb{R}.$$

**790.** Na bokach  $AB$ ,  $AC$  trójkąta ostrokątnego  $ABC$ , po jego zewnętrznej stronie, zbudowano trójkąty prostokątne równoramienne  $ABD$ ,  $ACE$  z kątami prostymi przy wierzchołkach  $D$ ,  $E$ . Odcinki  $CD$  i  $BE$  przecinają się w punkcie  $P$ . Punkty  $M$  i  $N$  są środkami odcinków  $BC$  i  $DE$ . Udowodnić, że każda z prostych  $MN$ ,  $AP$  jest prostopadła do prostej  $DE$ .

Zadanie 790 zaproponował pan Mikołaj Pater.



### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem [delta@mimuw.edu.pl](mailto:delta@mimuw.edu.pl) (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl).

## Niebo w listopadzie

Zaczął się czas zimowy i Słońce chowa się pod widnokrąg niewiele po godzinie 16. W trzeciej dekadzie miesiąca Słońce przetnie równoleżnik  $-20^\circ$  deklinacji w drodze na południe, rozpoczynając dwumiesięczny okres najkrótszych dni i najdłuższych nocy, z kulminacją w dniu przesilenia zimowego 21 grudnia. Przez cały miesiąc długość dnia skróci się o ponad półtorej godziny, do niewiele ponad 8 godzin pod jego koniec.

**Słońce** stanie się tłem głównego wydarzenia astronomicznego listopada, a nawet całego 2019 roku: 11 dnia miesiąca przed jego tarczą przejdzie planeta Merkury. Zjawisko szczegółowo opisane jest w poprzednim numerze *Delty*, przypomnę tylko, że



zacznie się ono przed godziną 13:35 i potrwa do 19:04 naszego czasu. Niestety Słońce zajdzie około godziny 16, stąd w Polsce da się zaobserwować tylko jego pierwszą część. Kolejne takie przejście zdarzy się również w listopadzie, ale dopiero w 2032 roku, a zatem jeśli tylko będzie odpowiednia pogoda, warto podjąć się jego obserwacji. Tarcza Merkurego podczas przejścia jest bardzo mała, jej średnica wyniesie  $10''$ , dlatego do obserwacji zjawiska potrzebny będzie teleskop z właściwym filtrem powiększającym kilkadziesiąt razy.

Bezksiężycowe noce wystąpią na początku i pod koniec listopada. **Srebrny Glob** zacznie miesiąc w fazie cienkiego sierpa, 4 listopada przechodząc przez I kwadrę

w gwiazdozbiornie Koziorożca. Dzień po tranzycie Merkurego, 12 listopada, Księżyc zaświeci pełnym blaskiem na pograniczu Barana i Byka, aby tydzień później przejść przez ostatnią kwadrę na granicy Raka z Lwem. Nów przypada 26 listopada, a potem Księżyc przeniesie się na niebo wieczorne. Oczywiście o tej porze roku wieczorem ekliptyka jest nachylona niekorzystnie, zaś rano – korzystnie, a zatem po nowiu warunki obserwacyjne Księżyca są kiepskie, a rano – bardzo dobre. Tak więc 25 listopada będzie można całkiem łatwo dostrzec cienki sierp Księżyca na 33 godziny przed nowiem, jak na godzinę przed świtem wznosi się prawie  $7^\circ$  ponad południowo-wschodnim widnokregiem. Warto wtedy wstać wcześniej, szczególnie, że niecałe  $2^\circ$  na prawo od niego znajdzie się planeta Merkury, świecąca blaskiem  $-0,3^m$ , a z kolei  $10^\circ$  na prawo i w górę od Merkurego – świecąca znacznie słabiej, z jasnością  $+1,7^m$ , planeta Mars.

Jak już wspominałem, 11 listopada **Merkury** spotka się ze Słońcem w koniunkcji dolnej i przejdzie na niebo poranne, dążąc do maksymalnej elongacji zachodniej 28 listopada. Oddali się wtedy od Słońca na  $20^\circ$ , osiągając na początku świtu cywilnego wysokość prawie  $10^\circ$ . Merkury pozostanie ozdobą porannego nieba do końca pierwszej dekady grudnia. W tym czasie jasność planety urośnie z  $+1,7$  do  $-0,6^m$ , faza zwiększy się z 12 do 90%, zaś średnica tarczy spadnie z 9 do  $5''$ .

Planeta **Mars** powoli poprawia swoją widoczność, pokonując w listopadzie trasę od środka gwiazdozbiornie Panny do jego granicy z Wagą. Mars 10 listopada przejdzie niecałe  $3^\circ$  od Spiki, najjaśniejszej gwiazdy konstelacji, a 24 listopada  $5^\circ$  nad nim znajdzie się Księżyc w fazie 8%. Przez cały miesiąc planeta wschodzi około godz. 4:35, zajmując pod koniec miesiąca na godzinę przed świtem pozycję na wysokości  $14^\circ$ . W drugiej części miesiąca Marsowi towarzyszą dotrzyma Merkury, zbliżając się doń maksymalnie na  $10^\circ$ . Przez cały listopad jasność Marsa utrzyma się na poziomie  $+1,7^m$ , przy średnicy tarczy  $4''$ .

Na niebie wieczornym wyraźnie pogarszają się warunki obserwacyjne planet **Jowisz** i **Saturn**. Obie planety znikają z widnokregu niewiele po zachodzie Słońca, przebywając przez cały czas nisko nad widnokregiem. Stąd nie można liczyć na wiele więcej niż wzrokowe stwierdzenie obecności obu planet we właściwym miejscu nieboskłonu. Do końca listopada dystans między planetami skróci się do  $18^\circ$ . W tym czasie jasność Jowisza zmniejszy się do  $-1,8^m$ , a średnica jego tarczy – do  $32''$ . Jasność Saturna spadnie do  $+0,6^m$ , przy średnicy tarczy  $15''$ . Księżyc minie Saturna w pierwszych i ostatnich dwóch dniach miesiąca, zbliżając się za każdym razem na około  $4^\circ$ , lecz za drugim razem sierp Księżyca będzie wyraźnie cieńszy.

W końcówce miesiąca do obu planet dołączy planeta **Wenus**, pokazująca się wreszcie po 9-miesięcznej nieobecności na dużych północnych szerokościach geograficznych. Wenus należy szukać pod Jowiszem gdzieś od 20 listopada. Wenus minie Jowisza

24 listopada w odległości  $1,4^\circ$ , a 28 listopada między planetami znajdzie się Księżyc w fazie zaledwie 5%, zachowując do obu planet dystans około  $2^\circ$ . Wcześniej tego samego dnia, od około 10:44 do 11:48, nastąpi zakrycie Jowisza przez Srebrny Glob, co da się zaobserwować przez teleskop. Wenus pokaże tarczę o jasności  $-3,9^m$ , średnicy  $11''$  i fazie 90%.

Bardzo dobrze widoczne są dwie ostatnie planety Układu Słonecznego. **Neptun** 27 listopada zmieni kierunek ruchu na prosty, co oznacza, że kończy się właśnie okres najlepszej widoczności planety. Neptun zawróci  $1,5^\circ$  na południowy zachód od gwiazdy  $\varphi$  Aqr, świecąc z jasnością  $+7,8^m$ . **Uran** jest tuż po opozycji i można go obserwować przez całą noc jakiejś  $11^\circ$  na południe od Hamala, najjaśniejszej gwiazdy Barana. Jego jasność przekracza  $+5,7^m$ . Księżyc spotka się z Neptunem 6 i 7 listopada, w fazie ponad 70%, zaś z Uranem 4 dni później, przed pełnią.

Po minięciu Urana **Księżyc** powędruje dalej i 13 listopada przetnie Hiady, omijając niestety najjaśniejsze gwiazdy gromady. Srebrny Glob przejdzie niewiele ponad  $0,5^\circ$  od trójki gwiazd  $\delta 1$ ,  $\delta 2$  i  $\delta 3$  Tau, a nad ranem przekroczy linię łączącą Aldebarana z gwiazdą  $\epsilon$  Tau. W nocy z 15 na 16 listopada, w fazie obniżonej do 88%, Księżyc zakryje parę jasnych gwiazd Bliźniąt: Tejat Prior ( $\eta$  Gem, odkrycie ok. 23:40) i Tejat Posterior ( $\mu$  Gem, odkrycie ok. 4:15). Cztery dni później, 20 listopada, Księżyc przejdzie  $3^\circ$  od Regulusa, zaś 23 listopada rano, w fazie już tylko 15%, dotrze na  $11^\circ$  do Spiki.

W listopadzie blisko maksimum swojego blasku znajdują się dwie mirydy, które mogą być widoczne gołym okiem. **Mira Ceti** osiągnie największą jasność 7 listopada. Na początku miesiąca gwiazda góruje około godz. 23, a zatem jest widoczna bardzo dobrze. W tym okresie o Cet może mieć więcej niż  $+4^m$ . Mirę można odnaleźć, przedłużając linię łączącą Hamala z Uranem. Drugą taką gwiazdą jest R Leo, położona około  $5^\circ$  na zachód od Regulusa. Ta maksimum blasku osiągnie na początku grudnia i w drugiej połowie miesiąca powinna przekroczyć granicę widoczności gołym okiem. R Leo pod koniec miesiąca wschodzi przed godz. 22, górując 7 godzin później.

Również 7 listopada przypada opozycja planetoidy 4 Westa. Niestety tym razem nie osiągnie ona aż tak dużej jasności, jak latem zeszłego roku, gdy była widoczna gołym okiem. Jednak jej blask przekroczy  $+6,5^m$ , a zatem do jej dostrzeżenia wystarczy lornetka lub mały teleskop. Mimo to odnalezienie Westy nie powinno sprawiać trudności, gdyż zacznie ona miesiąc na pograniczu Byka, Barana i Wieloryba, niedaleko świecących blaskiem około  $+3,6^m$  gwiazd  $\xi$  i o Tau. 5 listopada Westa przejdzie  $20'$  na południe od drugiej z wymienionych gwiazd. Dzień później planetoida wejdzie na obszar gwiazdozbiornie Wieloryba, kończąc miesiąc niecały  $1^\circ$  od słabszej o  $1^m$  gwiazdy  $\lambda$  Ceti.

Ariel MAJCHER