

Uran, Neptun i Wulkan – trzy planety, z których jedna nigdy nie istniała, cz. II

Mateusz DEMBNY*, Grzegorz ŁUKASZEWICZ*, Igor PALUSIŃSKI**

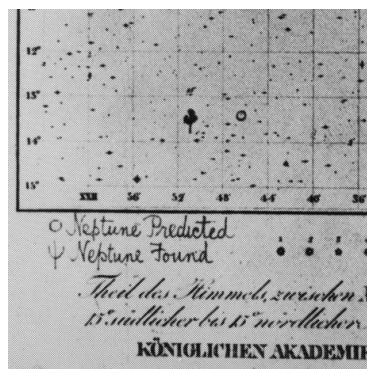
* Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski
** Student, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski



Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811–1877)



Historyczny teleskop – refraktor, którym Galle oraz jego asystent zaobserwowali Neptuna



Fragment mapy gwiazdnej Hora XXI (gwiazdozbiór Zegara), która posłużyła do odkrycia planety

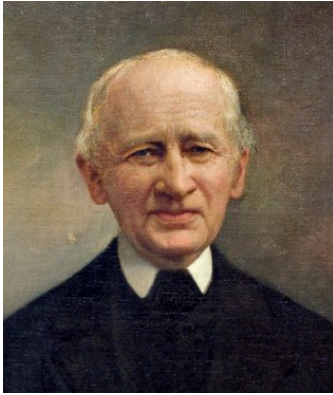
W poprzedniej części opowiedzieliśmy o odkryciu Urana oraz o reperkusjach tego odkrycia. Szybko okazało się bowiem, że trajektoria ruchu Urana jest zaburzona – wymykała się modelom uwzględniającym oddziaływanie grawitacyjne znanych planet (sformułowanym przez Laplace'a). Ostatecznie problem rozwiązał francuski astronom Urbain Jean Joseph Le Verrier, który wykazał, że zaburzenia te wynikają z obecności nieznanego ciała niebieskiego – planety znajdującej się na zewnątrz orbity Urana. Le Verrier, na podstawie dostępnych danych o położeniu Urana, wyznaczył przewidywaną pozycję obiektu zaburzającego z dokładnością do 1 stopnia długości ekliptycznej.

Le Verrier – bez opuszczania swojej pracowni, a nawet bez obserwacji nieba – znalazł nieznaną planetę [Neptuna] jedynie na podstawie wyliczeń matematycznych, tak jakby dotknął jej koniuszkiem swojego pióra! (Camille Flammarion, 1914)

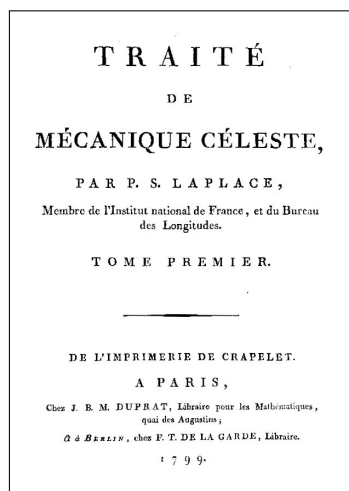
Powyższy cytat oddaje wielkość tego sukcesu; był to przede wszystkim tryumf ówczesnej nauki, ale także potwierdzenie zasadności przyjętych teorii fizycznych. Warto podkreślić, że rezultat ten był uzyskany jedynie na podstawie wyliczeń matematycznych; tak jak skomentował to francuski astronom Camille Flammarion – bez bezpośrednich, siłowych poszukiwań teleskopem.

W tej części opowiemy dokładniej o odkryciu Neptuna i barwnych kontrowersjach z nim związanych. Przybliżymy też metody matematyczne i fizyczne, które służą opisowi tego zagadnienia.

Historyczna obserwacja Neptuna. Po oszacowaniu pozycji planety przez Le Verriera (wrzesień 1846 r.) astronomom pozostało jedynie skierowanie aparatury we wskazany przez niego obszar i zaobserwowanie jej. Jednak Le Verrierowi nie udało się od razu uzyskać dostępu do dostatecznie zaawansowanego teleskopu. Obserwatorium Paryskie dysponowało niedostatecznie silnym urządzeniem – refraktorem o średnicy około 23 cm. Wiedząc to, Le Verrier napisał do astronomów z innych krajów, aby to oni wykonali obserwacje. Jednym z nich był Johann Gottfried Galle, niemiecki astronom pracujący dla Obserwatorium Berlińskiego. Po otrzymaniu listu (23 września 1846 r.) Galle wystąpił o dostęp do teleskopu, żeby wraz ze swoim asystentem – Heinrichem Louistem d'Arrestem – jeszcze tego samego dnia rozpocząć poszukiwania [Lequeux]. Wkrótce udało się namierzyć obiekt, który nie znajdował się na ówczesnej najlepszej mapie gwiazdnej Hora XXI (autorstwa Carla Bremikera). Obiekt ten wyróżniał się niewielką tarczą. Można sobie tylko wyobrazić, jak wielką falę ekscytacji odczuli obaj astronomowie, gdy upewnili się, że nie popełnili błędu w odczytaniu mapy. Z niecierpliwością wyczekiwali następnej nocy, licząc na to, że warunki atmosferyczne pozwolą na obserwacje, tak aby móc jak najszybciej potwierdzić odkrycie. Szczęście dopisało naszym bohaterom – już następnej nocy stwierdzili, że obiekt porusza się na tle gwiazd [Krajnowić]. W konsekwencji Galle wraz z dyrektorem obserwatorium Johannem Franzem Enckem wysłali list z gratulacjami dla francuskiego badacza oraz z danymi zebranymi z obserwacji obiektu. Encke zaznaczył w nim, że do odkrycia istotnie przyczyniła się wspomniana wyżej mapa gwiazd Hora XXI, opisująca dokładnie ten obszar, w którym ówczesnie znajdował się Neptun. Mapa ta zawierała wszystkie gwiazdy aż do 10 w skali magnitudo, podczas gdy Neptun ma 9 w skali magnitudo. Skala magnitudo określa jasność ciał niebieskich; przypisuje tym większą wartość, im słabiej świeci dany obiekt. Zatem, gdyby nie to, że obserwatorium posiadało tę mapę, dokonanie wnioskowania o istnieniu planety zajęłoby znacznie więcej czasu – nie byłaby to kwestia jednego dnia. Wyniki Le Verriera skonfrontowane zostały z rzeczywistą obserwacją. W położeniu (długość ekliptyczna) Francuz pomylił się o 54 minuty i 7 sekund, a w prędkości wędrówki obiektu po sferze niebieskiej o zaledwie 4,9 sekundy na dzień [Lequeux].



Johann Gottfried Galle (1812–1910)



Dzieło Laplace'a dotyczące astrodynamiki, ale również teorii perturbacji. Le Verrier podpiął się nim w swojej pracy

n	Ciało	R_n^{TB}	R_n^{obs}
$-\infty$	Merkury	0,4	0,39
0	Wenus	0,7	0,72
1	Ziemia	1,0	1,00
2	Mars	1,6	1,52
3	(Ceres)	2,8	2,77
4	Jowisz	5,2	5,20
5	Saturn	10,0	9,54
6	Uran	19,6	19,18
7	Neptun	38,8	30,06
8	Pluton	77,2	39,44

Porównanie obserwowanej odległości od Słońca R_n^{obs} z odległością przewidywaną przez prawo Titiusa–Bodego R_n^{TB} dla ciał niebieskich odpowiadających $n = -\infty, 0, 1, \dots, 8$ (obie wielkości są wyrażone w AU)

Le Verrier natychmiast stał się sławny w całym astronomicznym świecie, otrzymał wiele listów z gratulacjami oraz cały szereg awansów i tytułów, m.in. order Legii Honorowej, uzyskując stopień oficera oraz stanowisko dyrektora oddziału zajmującego się astrodynamiką na Uniwersytecie Paryskim. Sam król Francji Ludwik Filip I uczynił go nauczycielem swojego wnuka. Ponadto wręczony został mu medal Copleya przez londyńskie Towarzystwo Królewskie – takie samo odznaczenie otrzymał William Herschel za odkrycie Urana. Doczekał się także własnego popiersia, które zostało umieszczone na uczelni w jego rodzinnym mieście Saint-Lô [Lequeux].

Tutaj wstrzymamy wątek historyczny i przejdziemy do analizy metod fizycznych i matematycznych. Pokażemy podstawy analizy perturbacji na przykładzie oddziaływania Urana i Neptuna.

Praca Le Verriera. Problem, którego rozwiązania podjął się Le Verrier, był niezwykle złożony – należało znaleźć planetę jedynie na podstawie wpływu, jaki wywierała na orbitę Urana (tzw. perturbacji orbity). Takie zagadnienie w matematyce nosi nazwę *odwrotnego*; obserwując skutek obecności nieznanego obiektu, chcemy wskazać jego przewidywaną pozycję na sferze niebieskiej. Zasadniczą trudnością okazuje się liczba niewiadomych. Nie znamy odległości, masy planety, nie znamy jej pozycji w Układzie Słonecznym oraz dokładnych parametrów orbity. Le Verrier musiał więc dokonać pewnych uproszczeń oraz oszacowań, bez których najzwyczajniej nie dałoby się rozwiązać tego problemu.

W pierwszej kolejności rozważał odległość nieznanego obiektu od Słońca. Na podstawie wzorów Laplace'a, opisujących zaburzenia orbity w zależności od odległości ciał, wywnioskował, że szukana planeta leży poza orbitą Urana oraz że prawdopodobnie nie może być bliżej niż dwukrotność odległości Uran–Słońce; perturbacje byłyby wówczas o wiele bardziej ewidentne. Pokazał również, że najpewniej nie krąży dalej niż wspomniana dwukrotność – ze względu na to, że musiałaby znacząco wzrosnąć jego masa.

Rozważania te można zestawić z prawem grawitacji Newtona, które wyjaśni, skąd wynikają te wnioski. Znacznosc perturbacji w sposób oczywisty zależy od siły, którą oba obiekty ze sobą oddziałują; jeżeli by zbliżyć Urana i Neptuna, siła wzrośnie, a zaburzenia się zwiększą. Gdyby je oddalić i chcieć zachować podobny wpływ, należałoby zwiększyć masę Neptuna, a ponieważ siła ta maleje z kwadratem odległości, wzrost masy byłby znaczący. Powyższa analiza daje jednak tylko pewne oszacowanie oparte na domysłach i zdrowym rozsądku; nie dało się bezpośrednio podać tej odległości. Le Verrier sugerował się także prawem Titiusa–Bodego, które opisuje odległości (w jednostkach astronomicznych, AU) od Słońca do planet Układu Słonecznego na zasadzie kolejnych wyrazów ciągu:

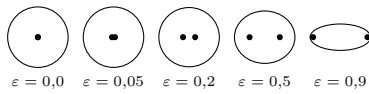
$$R_n = \frac{4 + 3 \cdot 2^n}{10} \quad \text{dla } n = -\infty, 0, 1, \dots, 8.$$

Należy dodać, że jest to prawo stworzone w pełni empirycznie – nie ma podstaw fizycznych dla jego poprawności. Prawo to daje jednak zaskakująco dokładne rezultaty dla wszystkich planet oprócz Neptuna (dla $n = 3$ mamy planetoidę Ceres).

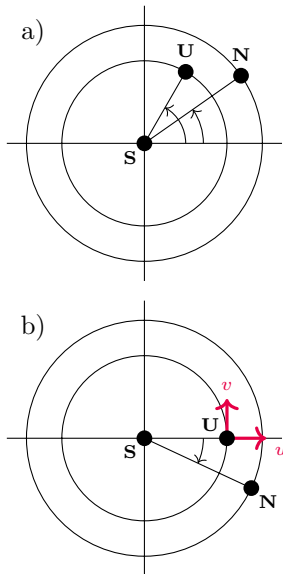
Następnie Le Verrier przyjął, że orbita poszukiwanego obiektu nachylona jest pod podobnym kątem względem płaszczyzny ekliptyki, jak w przypadku Jowisza, Saturna i Urana [Lequeux].

Kolejny problem dotyczył samego Urana – w tym czasie astronomowie nie dysponowali modelem trajektorii jego ruchu; nie mogli wskazać takiej orbity, która by w pełni zgadzała się z obserwacjami. A bez dokładnych parametrów orbity Urana ciężko jest przewidzieć zachowanie kolejnej planety. Le Verrier musiał więc dołożyć kolejne niewiadome do swoich rozważań [Lequeux].

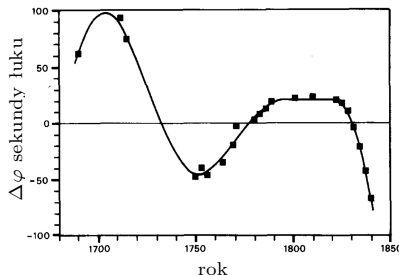
Uproszczony model analizy perturbacji. Przejdziemy teraz do omówienia rozwiązania tego problemu, ale w uproszczonym modelu zaczerpniętym z [Lai, Lam, Young], ponadto będziemy rozważać go *wprost* – mając dane na temat Neptuna, obliczymy zaburzenia orbity Urana, zrozumiemy, na czym polega



Porównanie kształtu elips dla różnych wartości mimośrodów $\varepsilon \in (0, 1)$ (okrąg odpowiada wartości $\varepsilon = 0$)



Rysunek a) pokazuje ruch Uranusa i Neptuna wokół Słońca, natomiast rysunek b) – stan rzeczy po przejściu do układu odniesienia obracającego się jednostajnie wraz z Uranem



Porównanie krzywej otrzymanej w [Lai, Lam, Young] z danymi obserwacyjnymi z czasów Le Verriera. Dobór parametrów:

$$\begin{aligned} \gamma &= 4,32 \cdot 10^{-3} \\ \beta_1 &= -8,79 \cdot 10^{-5} \\ \beta_2 &= -2,2 \cdot 10^{-4} \\ \beta_3 &= 4,079 \cdot 10^{-3} \\ \beta_4 &= 3,724 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

istota analizy perturbacji. Nie będzie to odtworzenie pracy Le Verriera, która w istocie jest niezwykle skomplikowana, lecz znaczne jej uproszczenie.

Pozbędziemy się kątów, pod jakimi Uran i Neptun są nachylone względem ekliptyki, czyli względem płaszczyzny ruchu Ziemi. Przyjmijmy, że są równe zeru, co oznacza, że planety te poruszają się w tej samej płaszczyźnie. Podobnie założymy, że ekscentryczności orbit (mimośrody elips) są równe zeru (przy założeniu braku oddziaływania Uran–Neptun), a zatem trajektorie to okręgi. W rzeczywistości mimośrody te wynoszą około 0,05 dla Uranusa oraz około 0,009 dla Neptuna. Tak jak zasugerowaliśmy wyżej, na razie będziemy pomijać oddziaływanie Uran–Neptun.

Dla Uranusa ($i = 1$) oraz Neptuna ($i = 2$) oznaczmy długość półosi wielkiej R_i (mierzoną w AU), okres obiegu T_i (w latach) oraz prędkość kątową $\Omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$ (w radianach na rok). Przejdźmy teraz do układu odniesienia związanego z niezaburzoną orbitą Uranusa – w nim Neptun porusza się z prędkością kątową $-\Omega$, gdzie $\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ (minus oznacza, że ruch odbywa się zgodnie z kierunkiem wskazówek zegara). Koniunkcja tych dwóch planet powtarza się z okresem $\frac{2\pi}{\Omega} = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}$, czyli raz na około 171 lat. Przyjmijmy, że chwila $\tau = 0$ odpowiada ostatniej koniunkcji (dla Le Verriera: rok 1822). Rozważmy teraz zaburzenie orbity Uranusa spowodowane oddziaływaniem z Neptunem. Przyjmijmy, że funkcja $u(\tau)$ opisuje zaburzenie radialne, czyli zmianę odległości od Słońca, a funkcja $v(\tau)/R_1$ zaburzenie kąta (czyli tak zwanej długości ekliptycznej); w ten sposób ($u(\tau), v(\tau)$) to w przybliżeniu wektor zaburzenia z diagramu b). Warto mieć na uwadze, że w czasach Le Verriera to właśnie wielkość $\Delta\phi = v(\tau)/R_1$ podlegała bezpośrednim obserwacjom. Następnie wykorzystując prawo grawitacji Newtona $|\vec{F}| = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$ i pomijając człony wyższego rzędu, otrzymujemy następujący układ równań różniczkowych:

$$\begin{cases} \ddot{u} - 2\Omega_1 \dot{v} - 3\Omega_1^2 u = a_r, \\ \ddot{v} + 2\Omega_1 \dot{u} = a_\phi, \end{cases}$$

gdzie a_r i a_ϕ to odpowiednio radialna i styczna składowa przyspieszenia spowodowanego siłą zaburzającą.

Nie będziemy wchodzić w szczegóły dalszych rozważań, nie będziemy też oczywiście rozwiązywać powyższych równań. Odnotujmy jedynie ciekawą własność: ponieważ siły zaburzające zależą jedynie od wzajemnego położenia planet (opisanego przez kąt $\Omega\tau$), a to zmienia się z okresem około 171 lat, więc również siły zaburzające są okresowe. Poddaje się je więc analizie częstotliwościowej za pomocą szeregów Fouriera, czyli przedstawia w postaci szeregów trygonometrycznych:

$$F_r = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\Omega\tau), \quad F_\phi = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\Omega\tau),$$

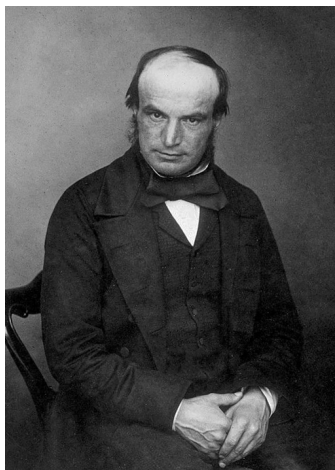
z odpowiednio dobranymi współczynnikami a_n, b_n . Jeśli szukane wielkości u oraz $\Delta\phi = v_1/r$ przedstawimy w podobnej postaci, to przybliżonym wynikiem takiej analizy jest wzór:

$$\Delta\phi(\tau) = -\gamma \sin(2\Omega\tau) + \beta_1 \Omega\tau + \beta_2 + \beta_3 \sin(\Omega_1\tau) + \beta_4 \cos(\Omega_1\tau),$$

gdzie $\gamma, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ są pewnymi współczynnikami. Jak widać na rysunku obok, nasza analiza doprowadziła nas do rezultatu, który bardzo dobrze wpisuje się w ówczesne dane obserwacyjne (więcej w [Lai, Lam, Young]).

Przed Le Verriem stało jednak o wiele bardziej skomplikowane zadanie, gdyż musiał przejść przez te kroki w drugą stronę. Pierwszy krok, ale też ogólną metodę można zobrazować, korzystając z naszego wzoru na $\Delta\phi$. Le Verrier na podstawie danych, którymi dysponował, prowadził predykcje krzywe, dokonując analiz częstotliwościowych, tak aby znaleźć siły oddziałujące na Uranusa – na tym polegała idea jego wywodu.

Kontrowersje związane z odkryciem Neptuna. Okazuje się, że Le Verrier nie był jedynym naukowcem, który podjął się wskazania nowej planety. John Couch Adams, astronom angielski, mniej niż dwa tygodnie po obserwacyjnym potwierdzeniu odkrycia Le Verriera (5 października 1846), opublikował pracę, w której dokonał podobnych oszacowań – z dokładnością



John Couch Adams (1819–1892)



George Biddell Airy (1801–1892)



Sir John Herschel (1792–1871)

Bibliografia

- [Lequeux] James Lequeux, *Le Verrier – Magnificent and Detestable Astronomer*, Springer, 2013.
- [Krajnović] Davor Krajnović, *The contrivance of Neptune*, 2016 arxiv.org/abs/1610.06424.
- [Kollerstrom] Nicholas Kollerstrom, *An hiatus in history: The British claim for Neptune's co-prediction, 1845-1846: part 1*, Science History Publications Ltd, 2006.
- [Lai, Lam, Young] H.M Lai, C. C. Lam, K. Young, *Perturbation of Uranus by Neptune: A modern perspective*, American Association of Physics Teachers, 1990.

do 5 stopni. Co więcej, Anglicy twierdzili, z Georgem Biddellem Airy'm na czele (dyrektorem obserwatorium w Greenwich, Astronomem Królewskim), że Adams dokonał wyliczeń nawet wcześniej niż Le Verrier (we wrześniu 1845), jednak wstrzymał się z ich publikacją. O to, kto tak naprawdę pierwszy ukończył pracę, powstał spór.

Przekaz historyczny związany z kuluarami tego odkrycia (ze strony Anglików) opiera się głównie na kolekcji dokumentów zgromadzonych przez Airy'ego – są to w dużej mierze korespondencje prywatne, listy, ale także pamiętniki i notesy. Co ciekawe, wiele z tych dokumentów było niedostępnych dla badaczy przez około 30 lat – w roku 1967 ogłoszono, że brakuje ich części. Odnalazły się dopiero w 1999 roku w Chile. Znalazły się tam za sprawą Olina Eggena, który prowadził badania historyczne. Rzuciły one nowe światło na całą sytuację i pozwoliły współczesnym badaczom na głębsze zbadanie tej historii.

Według zeznań Airy'ego, po ukończeniu swojej pracy we wrześniu 1845 roku Adams miał dwukrotnie podjąć próbę przekazania mu swoich rezultatów w Greenwich. Obie okazały się nieskuteczne – Adamsowi nie udało się zastać Airy'ego, dwukrotnie więc zostawił mu notatkę zawierającą jego rezultat. Notatki te zostały upublicznione w roku 1846 – po odkryciu Neptuna, jednak nie zawierały daty. Później data się na nich pojawiła, dopisana innym charakterem pisma [Kollerstrom]. Współczesne badania dowodzą, że Adams istotnie podejmował próby oszacowania pozycji nieznannej planety, ale były one na tyle niedokładne (ok. 20 stopni błędu), że nie pozwalały na tak błyskawiczne rozstrzygnięcie, jak u Le Verriera. Ponadto nie wiadomo, kiedy tak naprawdę Adams uzyskał swój rezultat (brak wiarygodnych źródeł). W lipcu 1846 roku Airy zlecił Jamesowi Challisowi, angielskiemu astronomowi, dyrektorowi obserwatorium w Cambridge, aby dokonał pobrań danych z obszaru wskazanego przez Adamsa. Zgodnie ze źródłami historycznymi Airy w liście do Challisa (9 lipca 1846 r.) nie wyrażał nadziei na sukces w tym przedsięwzięciu. Pisząc list, użył sformułowania, które później wykreślił, aby nie brzmieć zbyt wątpiaco [Kollerstrom]:

"(...) *there is a possible shadow of reason for suspecting the existence of a new planet.*"

Kluczowym elementem tej historii jest pytanie: dlaczego Adams nie chciał opublikować swoich rezultatów od razu? Dlaczego zwlekał tak długo? Le Verrier publikował wszystkie swoje próby rozwiązania problemu, podczas gdy Adams milczał. Współcześnie, na podstawie dostępnych dokumentów, uznaje się za zasadne twierdzenie, że udział Adamsa w tym odkryciu *nie może być* przyrównany do dokonań Le Verriera, którego opublikowane obliczenia zostały potwierdzone obserwacyjnie.

Ocean, Neptun, a może Le Verrier? Pozostaje jeszcze kwestia nazwy planety. Le Verrier dostał prerogatywę zaproponowania jej nazwy. Propozycja miała być następnie wspólnie zatwierdzona lub odrzucona. Anglicy (Adams, Challis, Airy) byli za nazwą *Ocean* – w mitologii greckiej – syn Urana. Le Verrier początkowo był za nazwą *Neptun*, który z kolei w mitologii rzymskiej był synem Saturna. Nie był on jednak pewien i pozostawił zadanie wyboru nazwy François Arago – dyrektorowi Obserwatorium Paryskiego. Ten zaproponował nazwę *Le Verrier*, która oczywiście spodobała się odkrywczy. Le Verrier, próbując podtrzymać propozycję, poddał pomysł, aby podobnie nazwać planetę Uran – zmienić nazwę na *Herschel*. John Herschel – syn Williama Herschela, odkrywczy Urana – nie chciał jednak, żeby Uran zmieniał nazwę na *Herschel*, podobnie nie chciał, aby terazniejszy Neptun nazwany został *Le Verrierem*. Ostatecznie Bureau des Longitudes pod naporem głosów sprzeciwu – głównie Anglików – wobec nazwy *Le Verrier*, podjęło decyzję o nazwaniu ósmej planety w Układzie Słonecznym *Neptunem* [Lequeux].

Na tym zakończymy drugą część historii o trzech planetach. W trzeciej części opowiemy o hipotetycznej planecie *Wulkan*, której istnienie miało wyjaśniać anomalie związane z orbitą Merkurego. Znaczący udział w pracy nad tym zagadnieniem miał nie kto inny, jak główny bohater naszego tryptyku – Le Verrier.