Klub 44 F

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Rozwiązania zadań z numeru 4/2023

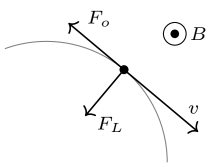
Przypominamy treść zadań:

756. Komora Wilsona znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $B = 10^{-2}$ T. Cząstka naładowana wpada do tej komory z prędkością prostopadłą do linii pola $\vec{B}$. Stosunek ładunku do masy cząstki wynosi $\alpha = q/m = 10^8$ C/kg. Po obrocie wektora prędkości o kąt $\pi/2$ względna zmiana promienia krzywizny toru cząstki wynosi $\varepsilon = 5\%$. W tym momencie pole magnetyczne zostaje wyłączone i cząstka do chwili zatrzymania przebywa jeszcze drogę $L = 30$ cm. Siła oporu podczas ruchu cząstki ma wartość proporcjonalną do jej prędkości. Znaleźć prędkość, z jaką cząstka wpadła do komory.

757. Ciało sztywne porusza się ruchem postępowym po szorstkiej powierzchni poziomej. W chwili $t_0 = 0$, gdy prędkość ciała wynosi v_0, zaczyna działać na nie siła $F(t)$ rosnąca w czasie, działająca przez cały czas wzdłuż prostej przechodzącej przez środek masy ciała, o zwrocie zgodnym z wektorem v_0. Po czasie t prędkość ciała ma wartość v_t, przy czym $v_t = 5$ m/s, gdy $v_0 = 1$ m/s, i $v_t = 13$ m/s, gdy $v_0 = 10$ m/s. Znaleźć zależność $v_t = f(v_0)$ dla dowolnych v_0.

756. Podczas ruchu cząstki działa na nią styczna do toru siła oporu $\boldsymbol{F}_o = -k\boldsymbol{v}$. Równanie ruchu wzdłuż trajektorii cząstki ma postać $mdv/dt = -kv$, stąd $ds = vdt = -mdv/k$, a dla skończonych przyrostów

(1) $$\Delta s = -m\Delta v/k.$$



Rys. 1

Gdy pole magnetyczne jest włączone, na cząstkę działa prostopadle do toru siła Lorentza (rys. 1), a promień krzywizny toru, gdy prędkość wynosi v, ma postać

(2) $$R = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{\alpha B}.$$

Zgodnie z treścią zadania po obrocie wektora prędkości o $\pi/2$

(3) $$\frac{-\Delta R_1}{R_0} = \frac{-\Delta v_1}{v_0} = \frac{\varepsilon}{100\%} = \gamma = 0{,}05,$$

gdzie v_0 jest szukaną prędkością, z jaką cząstka wpada do komory, a R_0 początkowym promieniem krzywizny toru. Zgodnie z (1)–(3) i uwzględniając, że $-\Delta R_1 \ll R_0$, możemy napisać:

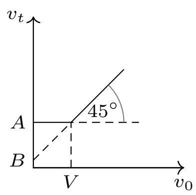
(4) $$\Delta s_1 \cong \frac{\pi R_0}{2} = \frac{\pi v_0}{2\alpha B}, \quad \Delta v_1 = -\gamma v_0, \quad \frac{m}{k} = \frac{\pi}{2\alpha B\gamma}.$$

Gdy ruch cząstki jest prostoliniowy, w (1) podstawiamy: $\Delta s = L$, $\Delta v = -v_0(1-\gamma)$, stąd
$$L = \frac{\pi v_0\,(1-\gamma)}{2\alpha B\gamma}.$$

Szukana prędkość dana jest wzorem
$$v_0 = \frac{2\alpha LB\gamma}{\pi(1-\gamma)} = 10^4 \text{ m/s}.$$

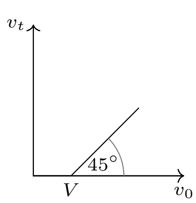
757. Od chwili $t = 0$ na ciało działają dwie siły: $F\,(t)$ rosnąca w czasie i siła tarcia, która może przybierać wartości od zera do μmg, gdzie μ jest współczynnikiem tarcia, a m masą ciała. Gdy $F\,(0) > \mu mg$, przyspieszenie ciała $a\,(t) = (F\,(t) - \mu mg)/m > 0$ i zmiana prędkości w danym przedziale czasowym nie zależy od prędkości początkowej: $v_t = v_0 + C$, gdzie C jest dodatnią stałą. Dane w zadaniu wskazują, że $v_t - v_0$ nie jest stałe, zatem $F\,(0) < \mu mg$. Ponieważ siła rośnie w czasie, to w pewnym momencie τ osiąga ona wartość μmg, przy czym wyróżniona w zadaniu chwila końcowa może być większa albo mniejsza od τ.

1) $t > \tau$. Tu również możliwe są dwa przypadki: a) w chwili τ prędkość ciała $v_\tau = 0$ oraz b) $v_\tau > 0$. Przypadek a) może zachodzić tylko przy odpowiednio małych prędkościach początkowych. Prędkość v_t nie zależy wtedy od v_0 (ciało porusza się ruchem opóźnionym, zatrzymuje się i w chwili τ znowu zaczyna poruszać się z przyspieszeniem, „zapominając” o prędkości początkowej): $v_t = A = \text{const} > 0$. Przypadek b) zachodzi, gdy prędkość początkowa osiąga taką wartość V, przy której ciało nie zatrzymuje się. Wtedy $v_t = v_0 + B$. Wykres zależności $v_t = f\,(v_0)$ przedstawia rysunek 2.



Rys. 2

2) $t < \tau$. Gdy $v_0 > V$, ciało porusza się ruchem opóźnionym i $v_t - v_0 = D = \text{const} < 0$. Dla $v_0 \leqslant V$ ciało zawsze się zatrzyma: $v_t = 0$. Wykres zależności $v_t = f\,(v_0)$ przedstawia rysunek 3.



Rys. 3

Dane liczbowe można dopasować tylko do rysunku 2. Otrzymujemy:
$$v_t = 5 \text{ m/s} \qquad \text{dla } v_0 \leqslant 2 \text{ m/s},$$
$$v_t = v_0 + 3 \text{ m/s} \quad \text{dla } v_0 > 2 \text{ m/s}.$$