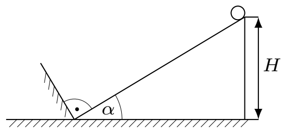
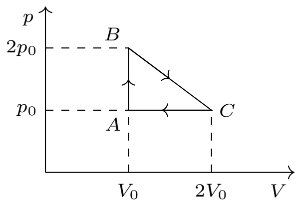
Klub 44 F

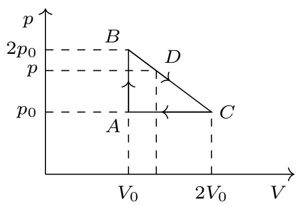
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 VI 2023



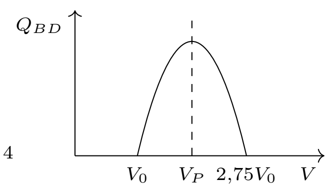
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

Zadania z fizyki nr 756, 757

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

756. Komora Wilsona znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $B = 10^{-2}$ T. Cząstka naładowana wpada do tej komory z prędkością prostopadłą do linii pola $\vec{B}$. Stosunek ładunku do masy cząstki wynosi $\alpha = q/m = 10^8$ C/kg. Po obrocie wektora prędkości o kąt $\pi/2$ względna zmiana promienia krzywizny toru cząstki wynosi $\varepsilon = 5\%$. W tym momencie pole magnetyczne zostaje wyłączone i cząstka do chwili zatrzymania przebywa jeszcze drogę $L = 30$ cm. Siła oporu podczas ruchu cząstki ma wartość proporcjonalną do jej prędkości. Znaleźć prędkość, z jaką cząstka wpadła do komory.

757. Ciało sztywne porusza się ruchem postępowym po szorstkiej powierzchni poziomej. W chwili $t_0 = 0$, gdy prędkość ciała wynosi v_0, zaczyna działać na nie siła $F(t)$ rosnąca w czasie, działająca przez cały czas wzdłuż prostej przechodzącej przez środek masy ciała, o zwrocie zgodnym z wektorem v_0. Po czasie t prędkość ciała ma wartość v_t, przy czym $v_t = 5$ m/s, gdy $v_0 = 1$ m/s, i $v_t = 13$ m/s, gdy $v_0 = 10$ m/s. Znaleźć zależność $v_t = f(v_0)$ dla dowolnych v_0.

Rozwiązania zadań z numeru 12/2022

Przypominamy treść zadań:

748. Obręcz o promieniu r stacza się bez poślizgu z wysokości H ($r \ll H$) po równi pochyłej nachylonej do poziomu pod kątem α i zderza się sprężyście z gładką ścianką, prostopadłą do powierzchni równi (rys. 1). Na jaką wysokość wzniesie się obręcz po zderzeniu, jeśli współczynnik tarcia poślizgowego między obręczą a równią wynosi μ?

749. Jednoatomowy gaz doskonały podlega przemianom A–B–C–A przedstawionym na rysunku 2. Oblicz sprawność cyklu.

748. Energia kinetyczna obręczy o masie m tuż przed zderzeniem ze ścianką wynosi mv^2, gdzie v jest prędkością ruchu postępowego. Uwzględniając, że $r \ll H$, otrzymujemy z zasady zachowania energii:

$$mv^2 = mgH, \quad \text{stąd } v = \sqrt{gH}.$$

Po sprężystym zderzeniu z gładką ścianką ruch obręczy w górę równi będzie złożeniem ruchu postępowego z prędkością początkową v i ruchu obrotowego w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara z początkową prędkością kątową $\omega = v/r$. Oznaczając przez t_1 czas potrzebny do zatrzymania ruchu obrotowego przez siłę tarcia $T = \mu mg\cos\alpha$, możemy napisać:

$$mr^2\omega = Trt_1, \quad \text{stąd } t_1 = v/\mu g\cos\alpha.$$

Czas t_2, po którym obręcz wzniesie się na maksymalną wysokość przy niezmienionym kierunku obrotu, wynika z równania:

$$mv = (mg\sin\alpha + T)t_2 \text{ i wynosi } t_2 = v/g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Ponieważ $t_2 < t_1$, w chwili osiągnięcia maksymalnej wysokości obręcz nadal będzie obracać się w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara. Droga przebyta przez obręcz do chwili osiągnięcia maksymalnej wysokości wynosi $l = vt_2/2$, a szukana maksymalna wysokość:

$$h = l\sin\alpha = H\sin\alpha/2(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

749. Sprawność cyklu dana jest wzorem $\eta = W/Q$, gdzie $W = (p_0V_0)/2$ jest pracą uzyskaną w cyklu, a Q to ilość ciepła pobrana przez gaz. Aby znaleźć Q, rozważmy kolejne odcinki cyklu. Na izochorze AB gaz pobiera ciepło:

(1) $$Q_{AB} = nc_V(T_B - T_A) = 3p_0V_0/2,$$

gdzie $c_V = 3R/2$ jest molowym ciepłem właściwym przy stałej objętości, a n oznacza liczbę moli. Na izobarze CA temperatura cały czas maleje, zatem gaz oddaje ciepło. Obliczymy teraz ciepło przekazane na odcinku BD, gdzie D jest dowolnym punktem wewnątrz BC (rys. 3), któremu odpowiada objętość V i ciśnienie $p = p_0(3V_0 - V)/V_0$:

(2) $$Q_{BD} = \Delta U_{BD} + W_{BD},$$

gdzie ΔU_{BD} jest zmianą energii wewnętrznej, a W_{BD} pracą wykonaną przez gaz.

(3) $$\Delta U_{BD} = 3(pV - 2p_0V_0)/2,$$

(4) $$W_{BD} = (2p_0 + p)(V - V_0)/2.$$

Po podstawieniu (3) i (4) do (2) otrzymujemy wyrażenie na ciepło:

(5) $$Q_{BD} = -(2p_0V^2)/V_0 + 15(p_0V)/2 - 11p_0V_0/2,$$

które jest funkcją kwadratową objętości. Wykresem tej funkcji jest część paraboli przedstawionej na rysunku 4, która przecina oś objętości w punktach:

$$V_1 = V_0 \text{ i } V_2 = 2{,}75V_0,$$

a jej maksymalnej wartości odpowiada objętość:

$$V_P = (V_1 + V_2)/2 = 15V_0/8.$$

Zatem w procesie BC ciepło jest pobierane na odcinku BP, a na odcinku PC oddawane. Wartość ciepła pobranego na odcinku BP otrzymujemy, podstawiając w (5) $V = V_P$, i wynosi ono:

$$Q_{BP} = 49p_0V_0/32.$$

Całkowite ciepło pobrane w cyklu:

$$Q = Q_{AB} + Q_{BP} = (97p_0V_0)/32,$$

szukana sprawność cyklu

$$\eta = 16/97 = 16{,}5\%.$$