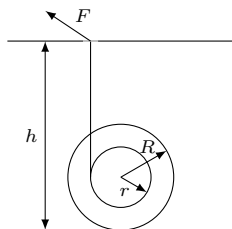


# Klub 44 F

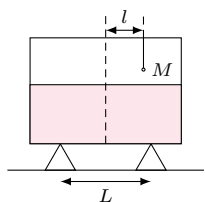
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

## Rozwiązania zadań z numeru 3/2022

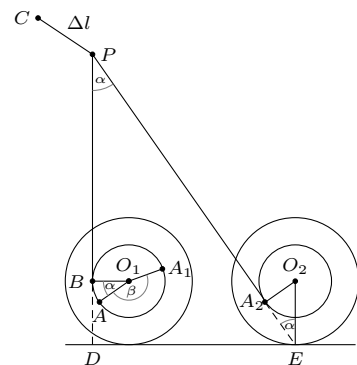
Przypominamy treść zadań:



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

**734.** Na poziomym stole leży szpulka, na którą nawinięta jest cienka, nieważka, gładka nić. Promień zewnętrzny szpulki wynosi  $R$ , wewnętrzny  $r$ . Koniec nici przeciągnięty jest przez niewielki otwór znajdujący się na wysokości  $h$  nad powierzchnią stołu. W chwili początkowej szpulka jest nieruchoma, a nić pionowa (rys. 1). Koniec nici zaczynamy ciągnąć stałą siłą  $F$  i szpulka toczy się po stole bez poślizgu. Znaleźć maksymalną prędkość szpulki. Masa szpulki wynosi  $M$ . Należy przyjąć, że połowa tej masy skupiona jest na osi szpulki, a druga połowa rozłożona równomiernie na obwodzie zewnętrznym o promieniu  $R$ .

**735.** Prostopadłościenne naczynie z wodą stoi na dwóch podporach symetrycznych względem osi naczynia i odległych od siebie o  $L$ . Nad wodą, na poprzeczce łączącej krawędzie naczynia, wisi na nici kawałek ołowiu o masie  $M$ , w odległości  $l$  od osi naczynia (rys. 2). Siły reakcji podpór wynoszą  $R_1$  i  $R_2$ , odpowiednio dla lewej i prawej podpory. Jakie będą te siły reakcji, gdy nić wydłużymy i ołów zanurzy się w wodzie? Gęstość ołowiu jest  $n$  razy większa od gęstości wody.

**734.** Po przyłożeniu siły  $F$  szpulka zaczyna toczyć się w prawo. Siła naciągu nici  $N$ , równa co do wartości sile  $F$ , jest jedyną siłą działającą na szpulkę, która ma niezerowy moment względem punktu podparcia. Powoduje on wzrost prędkości kątowej względem chwilowej osi obrotu aż do chwili, gdy przedłużenie nici przechodzi przez punkt podparcia i ramię siły  $N$  jest równoległe do tej siły (rys. 3). Potem moment siły zmienia zwrot na przeciwny, szpulka zwalnia, a po zatrzymaniu zaczyna toczyć się w drugą stronę.

Siła  $F$  jest jedyną siłą zewnętrzną wykonującą pracę nad układem, zatem zmiana energii kinetycznej szpulki równa jest pracy tej siły:

$$(1) \quad F\Delta l = Mv^2/2 + Mv^2/4 = 3Mv^2/4,$$

gdzie  $v$  jest szukaną prędkością maksymalną,

$$(2) \quad \Delta l = |PC| = |PB| - |PA_2| + s$$

długością nici wyciągniętej przez szczelinę, a  $s$  to długość nici odwinętej ze szpulki.

Zachodzą związki:  $|PB| = h - R$ ,  $|PA_2| = h/\cos\alpha - R\cos\alpha$ .

Aby znaleźć  $s$ , oznaczmy przez  $A_1$  położenie w chwili początkowej punktu nici, który w chwili końcowej jest styczny do szpulki w punkcie  $A_2$ . Ponieważ szpulka toczy się bez poślizgu, droga  $|O_1O_2| = |BO_2| - r = h\tg\alpha - r$  przebyta przez środek szpulki równa jest długości łuku zakreślonego w tym czasie przez punkt na obwodzie szpulki:  $|O_1O_2| = \beta R$ , gdzie  $\beta = \sphericalangle A_1O_1A_2$ .

Długość łuku, jaki zatoczył wyróżniony punkt nici, wynosi  $s_1 = \beta r$ , a długość nici odwinętej ze szpulki  $s = s_1 + ar$ . Podstawiając to do wzoru (2), otrzymujemy

$$(3) \quad \Delta l = h - R - (h/\cos\alpha - R\cos\alpha) + r(h\tg\alpha - r)/R + ar.$$

Wyrażając wszystkie funkcje kąta  $\alpha$  we wzorze (3) przez  $\sin\alpha = r/R$  i podstawiając do (1), otrzymujemy maksymalną wartość prędkości szpulki:

$$v = \sqrt{4F \left[ r \arcsin(r/R) - r^2/R + (h - R) \left( 1 - \sqrt{1 - (r/R)^2} \right) \right] / 3M}.$$

**735.** Gdy ciężarek zanurzy się w wodzie, siła naciągu nici zmaleje o wielkość równą sile wyporu  $F_A = Mg/n$ , a tym samym zmaleje siła nacisku poprzeczki na krawędzie naczynia. Jednocześnie podniesie się poziom wody w naczyniu i jej parcie na dno wzrośnie o taką samą wartość  $F_A$ , bo siły zewnętrzne działające na układ nie zmieniają się. Suma sił reakcji podpór pozostanie niezmienną:

$$R_1 + R_2 = R'_1 + R'_2.$$

Jeżeli siła reakcji lewej podpory wzrośnie o wartość  $f$ , to prawej zmaleje o taką samą wartość. Wypadkowy moment dodatkowych sił wewnętrznych musi być równy zeru, stąd

$$2fL/2 = F_A L, \quad f = Mg/(nL).$$

Szukane siły reakcji wynoszą:

$$R'_1 = R_1 + Mg/(nL), \quad R'_2 = R_2 - Mg/(nL).$$

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 728 ( $WT = 3,23$ ) i 729 ( $WT = 1,5$ ) z numeru 12/2021

Konrad Kapcia	Poznań	2 - 3,24
Tomasz Rudny	Poznań	41,38
Ryszard Baniewicz	Włocławek	38,63
Sławomir Buć	Mystków	38,53
Tomasz Wietecha	Tarnów	15 - 38,49
Mateusz Kapusta	Wrocław	35,59
Jacek Konieczny	Poznań	33,42
Ryszard Woźniak	Kraków	32,96

### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem [delta@mimuw.edu.pl](mailto:delta@mimuw.edu.pl) (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , przy czym  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl).