Klub 44 F

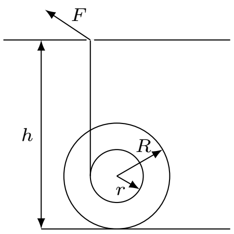
Termin nadsyłania rozwiązań: 31 V 2022

Regulamin Ligi znajduje się na naszej stronie: deltami.edu.pl

Zadania z fizyki nr 734, 735

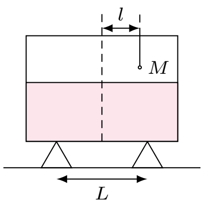
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

734. Na poziomym stole leży szpulka, na którą nawinięta jest cienka, nieważka, gładka nić. Promień zewnętrzny szpulki wynosi R, wewnętrzny r. Koniec nici przeciągnięty jest przez niewielki otwór znajdujący się na wysokości h nad powierzchnią stołu. W chwili początkowej szpulka jest nieruchoma, a nić pionowa (rys. 1). Koniec nici zaczynamy ciągnąć stałą siłą F i szpulka toczy się po stole bez poślizgu. Znaleźć maksymalną prędkość szpulki. Masa szpulki wynosi M. Należy przyjąć, że połowa tej masy skupiona jest na osi szpulki, a druga połowa rozłożona równomiernie na obwodzie zewnętrznym o promieniu R.



Rys. 1

735. Prostopadłościenne naczynie z wodą stoi na dwóch podporach symetrycznych względem osi naczynia i odległych od siebie o L. Nad wodą, na poprzeczce łączącej krawędzie naczynia, wisi na nici kawałek ołowiu o masie M, w odległości l od osi naczynia (rys. 2). Siły reakcji podpór wynoszą R_1 i R_2, odpowiednio dla lewej i prawej podpory. Jakie będą te siły reakcji, gdy nić wydłużymy i ołów zanurzy się w wodzie? Gęstość ołowiu jest n razy większa od gęstości wody.



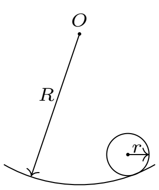
Rys. 2

Rozwiązania zadań z numeru 11/2022

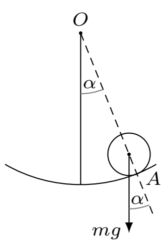
Przypominamy treść zadań:

726. Cienka obręcz o promieniu r toczy się bez poślizgu po wewnętrznej powierzchni walca o promieniu R i wykonuje małe drgania wokół położenia równowagi (rys. 3). Znaleźć okres tych drgań.

727. W zwojnicy o liczbie zwojów N, długości L i promieniu $R \ll L$ płynie prąd o natężeniu I. Jaka jest wytrzymałość drutu, z którego zrobiono zwojnicę, skoro nie ulega ona rozerwaniu?



Rys. 3



Rys. 4

726. Ponieważ nie ma poślizgu przy toczeniu, możemy ruch obręczy potraktować jako czysty obrót wokół chwilowej osi obrotu przechodzącej przez jej punkt styczności A z powierzchnią walca (rys. 4). Równanie tego ruchu obrotowego ma postać

$$I_A\varepsilon = -mgr\sin\alpha, \tag{1}$$

gdzie ε jest przyspieszeniem kątowym, m masą obręczy, kąt α opisuje odchylenie środka obręczy od pionu. $I_A = 2mr^2$ jest momentem bezwładności obręczy względem osi przechodzącej przez punkt A. Ponieważ drgania są małe, możemy przybliżyć $\sin\alpha$ przez α, i równanie (1) przybiera postać

$$2mr^2\varepsilon + mgr\alpha = 0. \tag{2}$$

Środek obręczy porusza się po okręgu o promieniu $R-r$, stąd wartość jego przyspieszenia $a = (R-r)d^2\alpha/dt^2$. Z drugiej strony $a = \varepsilon r$, bo nie ma poślizgu. Z porównania:

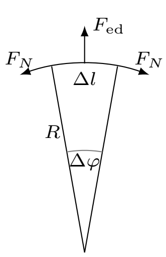
$$\varepsilon = \frac{(R-r)}{r}\frac{d^2\alpha}{dt^2}. \tag{3}$$

Podstawiając (3) do (2), otrzymujemy

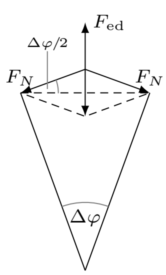
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{2\,(R-r)}\alpha = 0.$$

Jest to równanie oscylatora harmonicznego, którego częstość drgań $\omega = \sqrt{g/(2(R-r))}$. Szukany okres drgań

$$T = 2\pi\sqrt{2\,(R-r)/g}.$$



Rys. 5



Rys. 6

727. Ponieważ długość zwojnicy jest dużo większa od jej średnicy, możemy przyjąć, że pole magnetyczne wewnątrz zwojnicy jest jednorodne, równoległe do osi zwojnicy i wartość wektora indukcji wynosi $B = \mu_0 NI/L$, a pole na zewnątrz zwojnicy jest zaniedbywalne. Powstaje pytanie: Jaka jest wartość wektora indukcji pola magnetycznego, w którym znajduje się pojedynczy zwój? Pole zarówno po wewnętrznej, jak i zewnętrznej stronie zwoju jest superpozycją pola wytworzonego przez sam zwój – oznaczmy jego wartość przez B_1 – oraz pozostałych $N-1$ zwojów o wartości B_{N-1}. Wewnątrz zwojnicy $B_{N-1} + B_1 = B$, na zewnątrz $B_{N-1} - B_1 = 0$, stąd $B_{N-1} = \mu_0 NI/2L$.

Indukcja pola, w którym znajduje się pojedynczy zwój, jest połową indukcji pola w zwojnicy.

Na każdy niewielki element zwoju o długości $\Delta l = R\Delta\varphi$ (rys. 5), w którym płynie prąd o natężeniu I, działa siła elektrodynamiczna $\boldsymbol{F}_{ed} = I\boldsymbol{\Delta l} \times \boldsymbol{B}_{N-1}$ o wartości $F_{\mathrm{ed}} = BI\Delta l/2$, równoważona wypadkową sił F_N naprężenia drutu. Z rysunku 6 widać, że $F_{\mathrm{ed}}/2F_N = \Delta\varphi/2$. Z porównania z poprzednim wzorem: $F_N = \mu_0 NI^2R/2L$.

Wytrzymałość drutu, czyli maksymalna siła jego naprężenia, spełnia nierówność:

$$W > \mu_0 NI^2R/2L.$$