niezmienniczość cykliczną, więc logika szwankuje. Można jedynie „b.s.o.” przyjąć, że $a \geqslant b \geqslant c$ lub $a \leqslant b \leqslant c$ (i oddzielnie analizować te dwie sytuacje).

Zadanie **822.** [$\triangle ABC$; dla $D \in BC$: U, V – środki okręgów wpisanych w ABD, ACD; ω_D – okrąg DUV $\Rightarrow$ wszystkie okręgi ω_D mają punkt wspólny] (WT=3,05; LPR=6). Przekombinowane było rozwiązanie firmowe (choć ciekawe; koncepcja: **Mikołaj Pater**, autor zadania). Uczestnicy ligi robili to prościej. **Jerzy Cisło**: U, V leżą na dwusiecznych kątów ADB, ADC, więc $\sphericalangle UDV = 90°$, co oznacza, że środek S odcinka UV jest środkiem okręgu ω_D; jeśli teraz K, L, M to punkty styczności boku BC z okręgami wpisanymi w trójkąty ABC, ABD, ACD, to dodając stronami trzy równości $BK = \frac{1}{2}(AB + BC - AC)$, $-BL = \frac{1}{2}(AD - AB - BD)$, $-DM = \frac{1}{2}(AC - AD - CD)$, otrzymujemy $LK - DM = 0$; a skoro S leży na symetralnej odcinka LM, wynika stąd, że $SK = SD$, czyli $K \in \omega_D$; tak więc S jest punktem, którego istnienie należało wykazać. Podobne rozwiązania: **M. Adamaszek**, **Ł. Merta**, **J. Olszewski** oraz (z pomocą trygonometrii) **A. Woryna**.

Klub 44 F

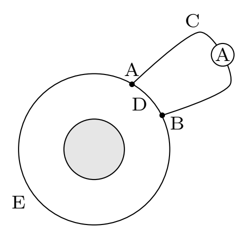
Termin nadsyłania rozwiązań: 30 IV 2022

Zadania z fizyki nr 732, 733

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

732. Nieważki pręt z umocowaną na końcu kulką o masie m postawiono pionowo na podłodze. Kulkę możemy traktować jako punkt materialny. Pręt zaczyna przewracać się z zerową prędkością początkową i nie ślizga się do chwili, gdy przestaje naciskać na podłogę. Jaką wartość ma w tej chwili kąt α_0, jaki pręt tworzy z pionem? Ile wynosi współczynnik tarcia między prętem a podłogą? Ile wynosi siła tarcia, gdy pręt tworzy z pionem kąt $\alpha \leqslant \alpha_0$?

733. Zmienne pole magnetyczne wytwarza w jednorodnym przewodniku ADBEA w kształcie okręgu (rys. 1) stałą siłę elektromotoryczną ε. Linie pola magnetycznego są prostopadłe do płaszczyzny przewodnika i przechodzą przez powierzchnię w kształcie koła zacieniowaną na rysunku, pole ma oś symetrii przechodzącą przez środek przewodzącego pierścienia i prostopadłą do płaszczyzny przewodnika. W punktach A i B do pierścienia podłączony jest amperomierz. Opory przewodników ADB, AEB i ACB wynoszą odpowiednio R_1, R_2 i R_3. Jakie jest napięcie między punktami A i B?



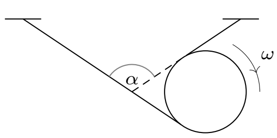
Rys. 1

Rozwiązania zadań z numeru 10/2021

Przypominamy treść zadań:

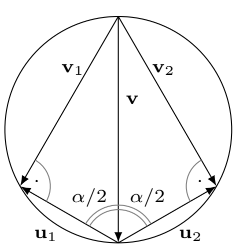
724. Ciężka tarcza o promieniu R stacza się na dwóch nierozciągliwych niciach. Nici są nawinięte na tarczę, a ich wolne końce są zamocowane (rys. 2). Podczas ruchu tarczy nici są cały czas napięte. W pewnej chwili prędkość kątowa tarczy wynosi ω, kąt pomiędzy nićmi jest wtedy równy α. Jaką prędkość ma w tym momencie środek tarczy?

725. Przyjmijmy, że Ziemia obiega Słońce po orbicie kołowej o promieniu $R = 1$ j.a. Po jakim czasie spadłaby na Słońce, gdyby nagle została zatrzymana? Ziemię i Słońce potraktujmy jako punkty materialne.



Rys. 2

724. Oznaczmy prędkości punktów styczności nici z tarczą w układzie odniesienia związanym ze środkiem tarczy przez $\mathbf{u}_1$ i $\mathbf{u}_2$. Tworzą one ze sobą kąt α i mają jednakowe wartości $u = \omega R$. W układzie odniesienia związanym z Ziemią prędkości tych punktów wynoszą odpowiednio $\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{v}$ i $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 + \mathbf{v}$, gdzie $\mathbf{v}$ jest szukaną prędkością środka tarczy. Ponieważ nici są nierozciągliwe, wektory $\mathbf{v}_1$ i $\mathbf{v}_2$ są prostopadłe do nici, a tym samym do wektorów $\mathbf{u}_1$ i $\mathbf{u}_2$. Z rysunku 3 widać, że wektor prędkości tarczy tworzy z każdą z nici kąt $\alpha/2$, a jego wartość $v = u/\cos(\alpha/2) = \omega R/\cos(\alpha/2)$.

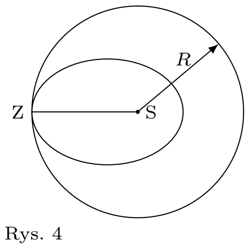


Rys. 3

725. Gdy Ziemia krąży wokół Słońca o masie M po orbicie kołowej, jej prędkość $v_0 = \sqrt{GM/R}$, a okres obiegu $T_0 = 2\pi R\sqrt{R/GM}$. Rozważmy kolejno przypadki, w których Ziemia znajduje się w odległości R od Słońca w pewnym punkcie Z orbity kołowej, a jej prędkość w tym momencie jest mniejsza od v_0 i coraz bardziej maleje (rys. 4). Tory ruchu są wtedy elipsami o malejących półosiach, a Słońce znajduje się w ognisku bardziej oddalonym od punktu Z. Dla każdej z tych elips spełnione jest trzecie prawo Keplera: $T^2/a^3 = {T_0}^2/R^3$, gdzie

$$T = T_0\sqrt{a^3/R^3} \qquad (*)$$

jest okresem obiegu, zaś a półosią wielką danej elipsy. W granicznym przypadku, gdy prędkość Ziemi w punkcie Z jest równa zeru, elipsa staje się odcinkiem ZS, a półoś wielka tej zdegenerowanej elipsy wynosi $R/2$. Zgodnie z $(*)$ szukany czas spadania $t = 0{,}5T_0\sqrt{1/8} = 0{,}25\pi R\sqrt{2R/GM} \cong 65$ dób.

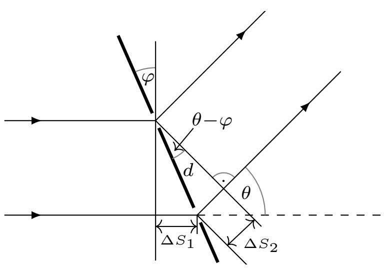


Rys. 4

Czołówka ligi zadaniowej
Klubu 44 F
po zakończeniu
roku szkolnego 2020/21
(po uwzględnieniu rozwiązań
zadań 720 (WT=2,84) i 721 (WT=3,18))

Konrad Kapcia (Poznań)	1 – 42,51
Tomasz Rudny (Poznań)	41,38
Sławomir Buć (Mystków)	36,55
Mateusz Kapusta (Wrocław)	35,59
Jacek Konieczny (Poznań)	31,90
Ryszard Woźniak (Kraków)	31,46
Ryszard Baniewicz (Włocławek)	30,36
Aleksander Surma (Myszków)	4 – 27,75
Tomasz Wietecha (Tarnów)	15 – 25,35
Marian Łupieżowiec (Gliwice)	2 – 24,22
Andrzej Nowogrodzki (Chocianów)	3 – 17,53
Jan Zambrzycki (Białystok)	3 – 12,27
Piotr Adamczyk (Warszawa)	1 – 11,90
Paweł Kubit (Kraków)	11,30

Lista obejmuje uczestników, którzy przysyłali co najmniej jedno rozwiązanie zadania z roczników 2019–1021 oraz mają w bieżącej punktacji na swoim koncie co najmniej 11 punktów. Liczba przed myślnikiem wskazuje, ile razy uczestnik zdobył 44 punkty.



Podsumowanie ligi zadaniowej Klub 44 F w roku szkolnym 2020/21

Średni współczynnik trudności zadań okazał się w tym roku niższy niż w latach ubiegłych, wzrosła natomiast liczba przysyłanych rozwiązań. Aż sześciu uczestników przekroczyło próg 44 punktów: Tomasz Wietecha po raz piętnasty (!), Michał Koźlik po raz piąty, Krzysztof Magiera i Paweł Perkowski po raz czwarty, Jan Zambrzycki po raz trzeci i Piotr Adamczyk po raz pierwszy. Ustaliła się grupa uczestników, którzy przysyłali rozwiązania bardzo regularnie i często bez żadnych usterek. Najbardziej skuteczny okazał się Piotr Adamczyk, którego 14 rozwiązań uzyskało maksymalną ocenę, Tomasz Wietecha takich rozwiązań przysłał 13.

W zadaniu **704** światło monochromatyczne padało prostopadle na siatkę dyfrakcyjną, której szczeliny ustawione były pionowo. Należało odpowiedzieć na pytanie, jak zmieni się obraz interferencyjny na ekranie, gdy siatkę obrócimy o kąt $\varphi < \pi/2$ wokół osi równoległej do szczelin siatki. Niestety, w rozwiązaniu firmowym pojawił się błąd. Maksymalny kąt ugięcia θ w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara (rysunek obok) wynosi $\pi/2 + \varphi$, ale prążki na ekranie mogą powstać dla $\theta < \pi/2$. Zatem maksymalna liczba maksimów na ekranie dla dodatnich θ wynosi $k_+ = \lfloor d/\lambda \rfloor$, a nie jak podano $\lfloor d(1 + sin\varphi)/\lambda \rfloor$. Zadanie było otwarte, uczestnicy mogli pisać o tym, co uznali za istotne. Maksymalną ocenę za to zadanie otrzymał **Konrad Kapcia.** Zadanie **721** (WT=3,21) dotyczyło elektrostatyki. Wewnątrz wydrążonej, naładowanej, przewodzącej kuli znajdowała się współśrodkowa z nią kula, również naładowana i przewodząca. Między kulą a powłoką umieszczony był ładunek punktowy. Należało znaleźć potencjał kuli oraz powłoki. Pełne i bezbłędne rozwiązanie przysłał **Piotr Adamczyk**, który do znalezienia potencjału kuli wykorzystał metodę obrazów. Tomasz Wietecha poprawnie obliczył potencjał kuli, stosując metodę taką jak w rozwiązaniu firmowym, z tajemniczych powodów (może przez przeoczenie) nie odpowiedział jednak na prostsze pytanie o potencjał powłoki.

Tomasz Wietecha był jedynym uczestnikiem, który uzyskał maksymalną ocenę za zadanie **720** (WT=2,84). Poszukiwana była tam zmiana prędkości satelity poruszającego się w górnych warstwach atmosfery po wykonaniu jednego okrążenia, przy założeniu, że siła oporu ze strony rozrzedzonego powietrza jest stała. Większość uczestników uznała, że prędkość satelity zmaleje, tymczasem praca siły oporu powoduje zmniejszenie całkowitej energii satelity, jego promień orbity maleje, a prędkość rośnie.

W zadaniu **718** (WT=3,1) należało znaleźć zależność od czasu prędkości samochodu, którego silnik pracuje od początku z pełną mocą, a opór powietrza i opory mechanizmów zaniedbujemy. Maksymalne oceny dostali za swoje rozwiązania **Paweł Perkowski** i **Tomasz Wietecha**. Część uczestników nie uwzględniła faktu, że na początku ruchu występuje poślizg, inni uznali, że poślizg występuje przez cały czas ruchu.

Ciekawostką jest, że jeden z uczestników podał odnośniki do źródeł zawierających rozwiązania dwóch tegorocznych zadań ligowych, co obligowało do wystawienia za nie maksymalnej oceny, i do tego ograniczył swoją aktywność w klubie.

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przesyłać również pocztą elektroniczną pod adresem `delta@mimuw.edu.pl` (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, przy czym S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`