

Wykażemy na koniec, że nie ma na to szans! Skorzystamy oczywiście z negatywnego rozstrzygnięcia 10. problemu Hilberta: *nie ma algorytmu, który odpowiadałby na pytanie o istnienie rozwiązań dowolnego równania diofantycznego*. Wykażemy teraz, że gdyby taki algorytm istniał dla równań stopnia  $\leq 4$  (o dowolnej liczbie niewiadomych), to dałoby się go przerobić na algorytm uniwersalny: działający dla równania diofantycznego dowolnego stopnia. Tytułem ilustracji pokażemy teraz, jak zakodować równanie Fermata stopnia  $n$ :

$$x^n + y^n = z^n$$

za pomocą równania

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$$

stopnia  $\leq 4$ . Określamy najpierw ciąg zmiennych  $x_1, x_2, \dots, x_n$  przyjmujących wartości całkowite dodatnie w następujący sposób:  $x_1 = x$  oraz

$$x_2 = x_1 \cdot x_1, x_3 = x_2 x_1, \dots, x_n = x_{n-1} x_1$$

i analogicznie  $y_1, y_2, \dots, y_n$  oraz  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . W tych nowych zmiennych oryginalne równanie Fermata zapisujemy tak:  $x_n + y_n = z_n$ . Ale powiązanie wszystkich  $3n$  zmiennych też wymaga zakodowania. Ostateczne równanie wygląda tak:

$$\sum_{j=1}^{n-1} (x_{j+1} - x_j x_1)^2 + \sum_{j=1}^{n-1} (y_{j+1} - y_j y_1)^2 + \sum_{j=1}^{n-1} (z_{j+1} - z_j z_1)^2 + (x_n + y_n - z_n)^2 = 0.$$

Oczywiście każde równanie diofantyczne można zakodować w analogiczny sposób. Zatem: nie ma szans na jednolitą algorytmiczną teorię równań diofantycznych stopnia  $\leq 4$ !

Zakończmy więc skromnie i z pewną taką nieśmiałością:

*Jeden, dwa, trzy (?), ..., mnóstwo!*

Do dzisiaj nie wiadomo, czy istnieje algorytm, który rozstrzyga dla dowolnego równania diofantycznego stopnia 3, czy ma ono jakiegokolwiek rozwiązanie całkowite.

## W głąb struktury materii

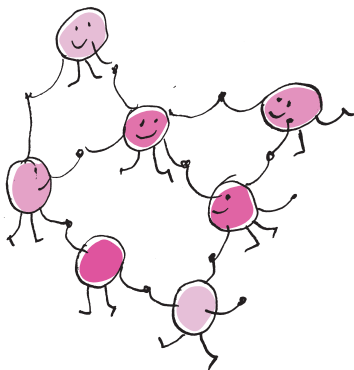
Szymon CHARZYŃSKI

*Gdyby cała nauka miała ulec zniszczeniu w jakimś kataklizmie i tylko jedno zdanie można by uratować od zagłady i przekazać następnym pokoleniom, jakie zdanie zawierałoby największą ilość informacji w możliwie najmniejszej liczbie słów? W moim przekonaniu byłoby to zdanie formułujące hipotezę (lub rzeczywistość, jeśli wolicie tak to nazwać) atomistyczną, że wszystko składa się z atomów – w tym jednym zdaniu zawarto ogromną porcję wiadomości o świecie; trzeba tylko posłużyć się odrobiną wyobraźni i inteligencji, aby je dobrze zrozumieć.*

Richard Feynman

Cytat pochodzi z podręcznika „Feynmana wykłady z fizyki”, tom 1, tłum. Zofia Królikowska (1963).

Więcej o historii idei atomistycznej można przeczytać w artykułach Grzegorza Białkowskiego  $\Delta_{74}^1$  i Krzysztofa Rejmera  $\Delta_{17}^1$ .



Hipoteza mówiąca o tym, że materia składa się z niepodzielnych cząstek zwanych atomami, jest znana od starożytności. Jednak przez tysiące lat nie było absolutnie żadnych możliwości doświadczalnego jej potwierdzenia ani obalenia. Tym bardziej nie było możliwości poznania właściwości tych mitycznych atomów. Co więcej, to, co obecnie nazywamy atomami, istotnie różni się od pojęcia, które stworzyli starożytni. Atomy starożytnych filozofów miały być niepodzielne, natomiast nasze, współczesne, atomy składają się z wielu mniejszych cząstek.

Pierwszych pośrednich dowodów na istnienie atomów dostarczyło systematyczne badanie reakcji chemicznych. Zaobserwowano, że aby reakcja chemiczna pomiędzy dwoma substratami przebiegała w taki sposób, aby w jej wyniku poza produktem reakcji nie pozostała nadwyżka żadnego z substratów, to należy łączyć te substraty w ściśle określonych proporcjach. Tego typu właściwości świetnie tłumaczy istnienie podstawowych drobin, różnych typów, których zidentyfikowano w XIX wieku kilkadziesiąt i nazwano *pierwiastkami*. Chemicy zauważyli pewne prawidłowości we właściwościach pierwiastków, co doprowadziło do ułożenia z nich pierwszej wersji układu okresowego, w którym było wówczas jeszcze trochę dziur. Wyjaśnienie całej ogromnej mnogości znanych

O historii badania ruchów Browna i wyjaśniania tego zjawiska można przeczytać w obszernym dwuczęściowym artykule Bogdana Cichońskiego ( $\Delta_{83}^4$ ,  $\Delta_{83}^5$ ). Wkład Alberta Einsteina został omówiony szerzej w  $\Delta_{05}^6$ , natomiast dokonaniom Mariana Smoluchowskiego poświęcony był cały numer  $\Delta_{97}^{12}$ , wydany z okazji osiemdziesiątej rocznicy jego śmierci.

Obecnie (po reformie układu jednostek z roku 2019, o której pisaliśmy w *Aktualnościach*  $\Delta_{19}^1$ ) liczba Avogadro jest stałą fizyczną równą dokładnie  $6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Postęp, który dokonał się przez kolejne 100 lat, jest ogromny. Aktualnie fizycy są w stanie utrzymywać w pułapkach pojedyncze jony (zjonizowane atomy) i dokonywać na nich manipulacji albo obserwować przy użyciu skaningowego mikroskopu tunelowego wzory, w jakie atomy układają się na powierzchni kryształów  $\Delta_{21}^7$ .

Przed przeprowadzeniem eksperymentu wiadano, że cząstki alfa są jonami helu, czyli atomami helu pozbawionymi elektronów. Dziś wiemy (między innymi dzięki temu eksperymentowi), że są to po prostu jądra helu złożone z dwóch protonów i dwóch neutronów. Cząstki takie są emitowane w niektórych rozpadach jądrowych, np. w rozpadach radonu, który był źródłem cząstek alfa w eksperymencie Rutherforda.

Mechanika kwantowa pozwoliła opisać, w jaki sposób elektrony związane są w atomach. Struktura opisywanych przez mechanikę kwantową stanów zajmowanych przez elektrony w atomie determinuje jego właściwości chemiczne. Struktura tych właśnie stanów znajduje swoje odzwierciedlenie w układzie okresowym pierwiastków. Można więc powiedzieć, że mechanika kwantowa dostarcza wyjaśnienia, dlaczego pierwiastki dają się porządkować w grupy o podobnych właściwościach chemicznych, tworzące układ okresowy pierwiastków.

substancji jako związków chemicznych kilkudziesięciu zaledwie typów atomów, dodatkowo układających się w pełną obiecująco wyglądającą prawidłowości tabelkę, było niewątpliwie ogromnym krokiem naprzód w odkrywaniu reguł opisujących budowę materii.

Kolejnym przełomowym krokiem na drodze do potwierdzenia hipotezy istnienia atomów było wyjaśnienie tzw. ruchów Browna, czyli drobnych drgań cząsteczek zawiesiny, które obserwowano pod mikroskopem i których systematyczne badanie rozpoczął w roku 1828 szkocki botanik Robert Brown. Przez kilkadziesiąt lat zjawisko to nie miało zadowalającego fizyków wyjaśnienia i budziło wiele kontrowersji. Solidna, stworzona przez Alberta Einsteina i Mariana Smoluchowskiego, teoria opisująca to zjawisko w sposób ilościowy powstała na początku XX wieku. Przewidywania tej teorii dały się sprawdzić w doświadczeniach na drobinach zawiesiny o rozmiarach znacznie mniejszych niż obserwowane wcześniej, dzięki skonstruowaniu przez Henry'ego Siedentopfa i Richarda Zsigmondy'ego w roku 1903 tzw. ultramikroskopu. Teoria Einsteina i Smoluchowskiego oparta była na teorii kinetyczno-molekularnej, czyli zakładała ziarnistą strukturę materii. Na jej podstawie można było między innymi z obserwacji ruchów Browna obliczyć wartość stałej Avogadro, co zostało wykonane przez Jeana Perrina w roku 1908. Otrzymany przez niego wynik doskonale zgadzał się z wynikami pomiarów tej samej stałej zupełnie innymi metodami w doświadczeniach z gazami. Wyniki te przekonały nawet najzagorzalszych przeciwników hipotezy atomowej w środowisku fizyków, a Jean Perrin został w 1926 roku uhonorowany Nagrodą Nobla za swoje prace nad ziarnistą strukturą materii.

Początek XX wieku to był zatem ten moment, kiedy istnienie atomów przestało być hipotezą, a stało się faktem. Teorie oparte na postulatcie, że materia składa się z atomów, można było testować doświadczalnie. Dzięki znajomości stałej Avogadro możliwe było wyznaczenie, ile atomów znajduje się w danej próbce pierwiastka. Okazało się więc, że możliwe jest wyznaczenie masy i rozmiaru pojedynczego atomu, czyli zyskaliśmy pewną konkretną wiedzę na ich temat, pomimo tego że samych pojedynczych atomów jeszcze wtedy nie obserwowano, a o ich właściwościach wnioskowano w sposób pośredni z różnych pomiarów.

Zwolennicy hipotezy atomistycznej zaczęli badać budowę wewnętrzną atomów, również na początku XX wieku, prawie równoległe z prowadzeniem opisanych wcześniej badań. Przełomowy był tutaj eksperyment przeprowadzony w 1909 roku przez Hansa Geigera i Ernesta Marsdena na Wydziale Fizyki Uniwersytetu w Manchesterze – kierowanym przez Ernesta Rutherforda, który w 1911 roku przedstawił swoją interpretację wyników. W eksperymencie tym kawałek cienkiej złotej folii bombardowano cząstkami alfa, z których większość przebijała się przez warstwę złota, tak jakby nie napotkały żadnej przeszkody. Część odchyłała się pod różnymi kątami, w tym nieliczne pod dużymi kątami, a niektóre odbijały się nawet wstecz. Rozkład tych kątów, czyli prawdopodobieństwo uzyskania danego kąta odbicia, został dokładnie wyznaczony doświadczalnie. Okazało się, że rozkład ten pasuje idealnie do modelu, w którym cały dodatni ładunek atomu skupiony jest praktycznie w jednym punkcie – Rutherford podał górne ograniczenie na rozmiar ładunku centralnego, jako mniejszy niż  $\frac{1}{4000}$  średnicy atomu. Dzięki tym pracom wiadomo więc było, że prawie cała masa atomu skupiona jest w dodatnio naładowanym malutkim jądrze, wokół którego jakoś orbitują leciutkie w porównaniu z jądrem elektrony, czyli że atom to w większości pusta przestrzeń, co było odkryciem dosyć zaskakującym.

Na właściwy model opisujący orbitowanie elektronów wokół jądra trzeba było jeszcze trochę poczekać, gdyż dostarczyła go dopiero mechanika kwantowa, ale sam elektron został odkryty wcześniej – za odkrycie elektronu uważa się eksperyment wykonany w 1897 roku przez Josepha Johna Thomsona. Wykazał on, że tzw. promieniowanie katodowe to w istocie strumień ujemnie naładowanych cząstek (później nazwanych elektronami). Warto podkreślić, że elektron jest najdłużej znaną cząstką materii, która nadal uchodzi za

elementarną, czyli nieposiadającą struktury wewnętrznej. Natomiast jądro atomowe ma swoją strukturę. Kolejne eksperymenty i prace teoretyczne, prowadzone już po przełomowym eksperymencie Rutherforda, doprowadziły do odkrycia protonu i neutronu, czyli składników jądra atomowego. Zrozumiano, że wszystkie pierwiastki chemiczne składają się w istocie z tych trzech cząstek: protonów, neutronów i elektronów, a o tożsamości pierwiastka decyduje liczba protonów w jądrze.

Opisanie całej tej pierwiastkowej menażerii jako różnych konfiguracji trzech tylko cząstek to niewątpliwie ważny krok w kierunku porządkowania naszego zrozumienia budowy materii. Okazało się jednak, że dalej sprawy zaczęły się znowu komplikować. Przez jakiś czas wydawało się, że proton jest cząstką elementarną. Z neutronem (odkrytym w 1932 roku) od początku był pewien problem, ponieważ swobodny neutron jest cząstką nietrwałą i ulega rozpadowi. Jego czas życia to około 15 minut, a produkty rozpadu to proton, elektron i antyneutrino. Dalszy rozwój fizyki jądrowej doprowadził do odkrycia ponad setki nietrwałych cząstek, podobnych do protonów i neutronów. O problemie, czy nazywać te cząstki elementarnymi, pisał w *Delcie* Grzegorz Białkowski prawie 48 lat temu ( $\Delta_{74}^1$ ). Sytuacja z ponad setką niby elementarnych cząstek (co gorsza nietrwałych, przemieniających się w inne cząstki z tej listy) przypominała trochę sytuację z układem okresowym pierwiastków.

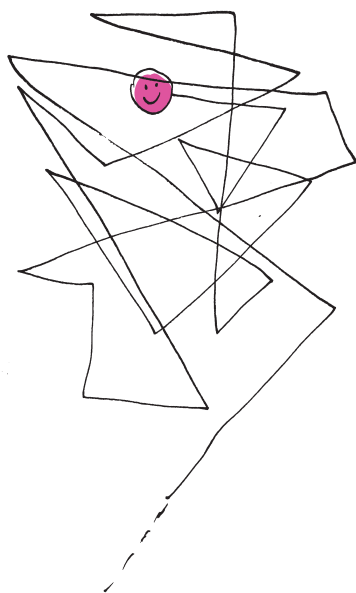
W zakończeniu swojego artykułu Grzegorz Białkowski wspomina o *kwarkach* jako „hipotetycznych cząstkach”, których istnienie być może pozwoli sprawy uporządkować. Kiedy pisał te słowa, hipoteza kwarków była rzeczywiście bardzo świeża. Liczba postulowanych tzw. zapachów kwarków szybko wzrosła z trzech (pierwotnie zaproponowanych przez Murraya Gell-Manna i Georga Zweiga w 1964 roku) do sześciu (Kobayashi i Maskawa, 1972), co było wówczas niezwykle śmiałą hipotezą. Od ukazania się tego artykułu w fizyce cząstek elementarnych dokonał się ogromny postęp, który tę śmiałą hipotezę potwierdził. Wszystkich sześć zapachów kwarków zostało odkrytych doświadczalnie – ostatni, najcięższy kwark *t* został zaobserwowany po raz pierwszy w 1995 roku w Fermilabie. Znacznie wcześniej, bo pod koniec lat sześćdziesiątych XX wieku, w laboratorium SLAC w Stanford przeprowadzono eksperyment polegający na bombardowaniu protonów i neutronów elektronami. Istota tego eksperymentu była bardzo podobna do doświadczenia Rutherforda. Elektrony wnikając do wnętrza nukleonu, rozpraszają się na elementach jego struktury wewnętrznej, podobnie jak cząstki alfa rozpraszają się na jądrach atomów złota kilkadziesiąt lat wcześniej. Hipoteza, że protony i neutrony składają się z kwarków, została potwierdzona doświadczalnie.

Podobnie jak atomy pierwiastków ułożone w układ okresowy okazały się stanami związanymi trzech cząstek, tylko w różnych ilościach, cała menażeria tzw. hadronów okazała się stanami związanymi sześciu rodzajów kwarków (i ich antycząstek). Przy czym atomy, z których my jesteśmy zbudowani, zawierają oczywiście tylko dwa wspomniane wcześniej hadrony, proton i neutron, wchodzące w skład jąder atomowych, a spośród sześciu zapachów kwarków tylko dwa najbliższe, *górnny* i *dolny*, wchodzą w skład protonu i neutronu. Hadrony zawierające któreś z pozostałych czterech zapachów kwarków są nietrwałe – rozpadają się bardzo szybko po tym, jak zostaną wyprodukowane w laboratorium.

Według obecnego stanu naszej wiedzy o budowie materii leptony (elektron i jego krewni) oraz kwarki to elementarne niepodzielne cząstki. Oddziaływania między nimi przenoszone są przez fotony (oddziaływanie elektromagnetyczne), bozony *W* i *Z* (oddziaływanie słabe) oraz gluony (oddziaływania silne). Opisuje to tzw. model standardowy. Ostatnim znalezionym elementem tej układanki jest bozon Higgsa, którego istnienie potwierdzono ostatecznie w 2012 roku w Wielkim Zderzaczu Hadronów (LHC).

Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że wszystko o budowie materii już wiadomo i można uznać sprawę za zakończoną, ale oczywiście tak nie jest, ponieważ wiele pytań wciąż pozostaje bez odpowiedzi. Fizyka cząstek

Istnienie antyelektronu (zwanego też pozytonem) zapostulował Paul Dirac w 1928 roku. Pierwsza obserwacja pozytonu z roku 1932 jest natomiast dziełem Carla Andersona. Neutrino z kolei zostało „wymyślone” przez Wolfganga Pauliego w 1930 roku, żeby ratować zasadę zachowania energii w rozpadach beta. Istnienie neutrino potwierdzono doświadczalnie w 1956 roku.



W 2013 roku, czyli zaledwie rok po ogłoszeniu potwierdzenia istnienia bozonu Higgsa, François Englert oraz Peter Higgs otrzymali Nagrodę Nobla za to, że przewidzieli istnienie cząstki o tych właściwościach. Nagrodzone prace ukazały się w roku 1964. Więcej o tej Nagrodzie Nobla można przeczytać w *Aktualnościach* w  $\Delta_{13}^{12}$ .

Wysokie energie zderzanych cząstek pozwalają „próbkować” strukturę materii na coraz mniejszych skalach odległości. Żeby uzyskać obraz wnętrza protonu z wystarczającą rozdzielczością, pociski (elektrony), które są na nim rozpraszane, muszą mieć wystarczająco dużą energię. W akceleratorach wytwarza się nietrwale cząstki, które bardzo szybko się rozpadają. Aby takie cząstki wytworzyć, należy dostarczyć odpowiednią ilość energii, która odpowiada masie produkowanej cząstki zgodnie ze wzorem  $E = mc^2$ . Część energii kinetycznej zderzających się cząstek jest zamieniana na masę tworzących się nietrwających cząstek. Produkowane cząstki mają często masy wielokrotnie większe od mas cząstek zderzanych. Na przykład kwark  $t$  ma masę około 184 razy większą od masy protonu, a bozon Higgsa ma masę około 134 razy większą od masy protonu. Obie te cząstki produkowane są w zderzeniach protonów, które muszą zostać rozpędzone do prędkości bardzo bliskiej prędkości światła, a ich energia kinetyczna jest wtedy tysiące razy większa od masy spoczynkowej protonu.

O ciemnej materii można przeczytać więcej w artykułach Anny Durkalec ( $\Delta_{19}^5$ ) i Wojciecha Hellwina ( $\Delta_{19}^7, \Delta_{19}^8$ ).

Czytelnikom zainteresowanym zastrzeżeniami wobec modelu standardowego i pomysłami na jego rozszerzenie polecamy hasła takie, jak *wielka unifikacja, supersymetria, teoria strun*, o których można poczytać w artykułach Piotra Chankowskiego w  $\Delta_{17}^2$ , Krzysztofa Meissnera i Jacka Pawelczyka w  $\Delta_{89}^6$  lub *Aktualnościach* w  $\Delta_{20}^6$ . Piotr Chankowski pisze w serii artykułów ( $\Delta_{16}^1, \Delta_{16}^2, \Delta_{16}^3, \Delta_{16}^4, \Delta_{16}^5, \Delta_{16}^6, \Delta_{17}^2$ ) znacznie bardziej wyczerpująco o tym, czym jest model standardowy cząstek elementarnych, jaka była historia jego powstawania i jakie są z nim problemy. Związkiem fizyki cząstek elementarnych z modelowaniem wczesnego Wszechświata poświęcony jest artykuł Stefana Pokorskiego i Krzysztofa Turzyńskiego w  $\Delta_{05}^3$ .

elementarnych to inaczej fizyka wysokich energii. Co ta nazwa oznacza? Energia kinetyczna cząstek alfa, które bombardowały kawałek złotej folii w doświadczeniu Rutherforda, była rzędu 5 MeV. Przy tej energii zderzeń jądro atomowe jest nieodróżnialne od ładunku punktowego. Podróż w głąb struktury materii wymagała zderzania cząstek o coraz wyższych energiach, stąd nazwa *fizyka wysokich energii*. W akceleratorze SLAC, pod koniec lat 60., elektrony zderzały się z protonami przy energii rzędu 20 GeV = 20 000 MeV, co pozwoliło dostrzec strukturę wewnętrzną protonów. Energia zderzających się protonów w LHC, gdzie po raz pierwszy udało się zaobserwować bozon Higgsa, to 13 TeV = 13 000 000 MeV. Przy dostępnych obecnie energiach zderzeń kwarki i leptoni nie ujawniają swojej struktury wewnętrznej – „wyglądają” jak cząstki punktowe. Nie wiadomo jednak, co ujawniłyby zderzenia przy znacznie wyższych, dziś jeszcze nieosiągalnych, energiach. Oprócz doświadczeń w akceleratorach mamy też inne źródła wiedzy o budowie materii. Obserwacje Wszechświata dostarczają licznych argumentów, że poza znaną nam materią istnieje w Kosmosie kilkakrotnie więcej tzw. ciemnej materii, o której naturze możemy tylko spekulować. Jak na razie nie udało się wytworzyć ani złapać cząstek ciemnej materii w laboratorium. Najprawdopodobniej składa się ona z cząstek, których model standardowy nie opisuje. Dodatkowo ten ostatni sam w sobie ma wiele wad, jak choćby fakt, że jest w nim ponad dwadzieścia parametrów (między innymi masy kwarków i leptonów), których nie wylicza się z modelu, a wyznacza doświadczalnie. Istnieje powszechne przekonanie, że model standardowy jest tylko efektywną teorią, za którą stoi bardziej fundamentalna, w pewnym sensie prostsza teoria, pozwalająca wyjaśnić to, czego on nie wyjaśnia (np. dlaczego masy cząstek są takie, a nie inne).

Fizycy teoretycy opracowali wiele najrozmaitszych uogólnień i rozszerzeń modelu standardowego i ciągle pracują nad nowymi, jednak fizyka jest nauką doświadczalną, a więc spośród tych wielu różnych teorii powinniśmy wybrać tę, która wyjaśnia wyniki doświadczeń. Pozycja modelu standardowego jest w tej konkurencji niezwykle silna. Jego przewidywania zgadzają się z wynikami przytłaczającej większości eksperymentów wykonywanych z coraz większą precyzją. Z punktu widzenia poszukiwania fizyki poza modelem standardowym jest to pewien problem. Uwaga badaczy koncentruje się więc tam, gdzie rozbieżności między teorią a eksperymentem jednak się zdarzają, czego przykładem jest rozbieżność w pomiarach momentu magnetycznego mionu (*Aktualności*  $\Delta_{21}^6$ ). Takie odstępstwa są źródłem nadziei na znalezienie doświadczalnych wskazówek dających pogląd na to, w którą stronę powinien iść opis teoretyczny, wychodzący poza model standardowy.

Doświadczalnych wskazówek dotyczących fizyki poza modelem standardowym jest niestety ciągle jak na lekarstwo. Doświadczenie Rutherforda zostało wykonane przez dwóch ludzi: Geigera i Marsdena. Cały zestaw eksperymentalny mieścił się na stole laboratoryjnym. Kolejne budowane urządzenia do przeprowadzania doświadczeń były coraz większe i kosztowniejsze. Budowa LHC trwała kilkanaście lat, kosztowała miliardy euro. Finansowanie możliwe było dzięki współpracy ponad stu krajów. W projekt, budowę, obsługę, interpretację wyników itp. zaangażowane były, lub nadal są, dziesiątki tysięcy osób. LHC jest największym zbudowanym dotychczas akceleratorem (jest jednocześnie największą maszyną istniejącą na świecie) i będzie tę palmę pierwszeństwa dzierżył jeszcze wiele lat, ponieważ nie zanoszą się na razie, żeby szybko znalazło się finansowanie budowy akceleratora, który go prześcignie i dostarczy nowych danych.

Czy to oznacza, że względy finansowe i technologiczne ograniczają nasze możliwości dalszego poznawania budowy materii? Niekoniecznie. Może uda się zrobić użytek z cząstek przylatujących czasem do nas z kosmosu, niosących energie wielokrotnie większe od tych w akceleratorach? A może, jak twierdzi Richard Feynman, wystarczy „odrobina wyobraźni i inteligencji” – i sprytne wykorzystanie istniejących maszyn przez doświadczalników w połączeniu ze świeżymi pomysłami teoretycznymi przyniesie kolejny przełom, zanim jeszcze doczekamy się godnego następcy LHC.